

یک روش تحلیلی بر پایه نظریه تابع سیم‌پیچی و مدل مدار معادل مغناطیسی برای آنالیز الکترومغناطیسی موتورهای القایی تحت شرایط کاری سالم و خطای میله شکسته در رتور

فرهاد رضائی علم، عبدالصمد حمیدی و وحید نائینی

روش اجزای محدود (FEM) [۱] و [۲]، نظریه تابع سیم‌پیچی (WFT) [۳] و [۴]، مدل مدار معادل مغناطیسی (MEC) [۵] و [۶]، مدل ناحیه‌بندی^۶ [۷] و [۸]، روش بازسازی میدان (FRM) [۹] و [۱۰] و روش‌های بر پایه مدار معادل الکتریکی [۱۱].

این تکنیک‌ها دارای نقاط ضعف و قوتی به این شرح هستند که تمام اثرات غیر ایده‌آل در ماشین‌های الکتریکی را می‌توان با استفاده از FEM در مدل‌سازی لحاظ کرد. در هر حال FEM یک روش زمان‌بر بوده و بهتر است که تنها در مرحله نهایی برای تصدیق نتایج تحلیلی استفاده شود [۱] و [۲]. WFT تکنیکی معروف برای محاسبه ماتریس اندوکتانس و آنالیز دینامیکی CRIMها [۳] و [۴] و سایر ماشین‌های الکتریکی [۱۲] و [۱۳] است. چالش اصلی در مورد WFT، مدل‌سازی دقیق اثر شیار و اشباع مغناطیسی است. قابلیت اصلی مدل MEC، در نظر گرفتن اثر اشباع مغناطیسی به طور دقیق در بخش‌های آهنی استاتور و رتور می‌باشد [۶] و [۱۴]. در هر حال مدل MEC دارای یک ضعف اصلی در مدل‌سازی فاصله هوایی (مخصوصاً فواصل هوایی بزرگ) است. مدل S-D بر اساس تقسیم هندسه ماشین به چند ناحیه و حل معادلات لاپلاس یا پواسون در هر یک از نواحی عمل می‌کند. از شرایط مرزی بین نواحی برای تعیین ثابت‌های مجهول در نتایج به دست آمده از حل معادلات لاپلاس و پواسون استفاده می‌شود [۷] و [۸]. در هر حال مدل S-D فقط برای هندسه‌ها با مرزهای شعاعی و مماسی مناسب بوده و همچنین دارای بار محاسباتی سنگینی به منظور تعیین ثابت‌های مجهول است. FRM بر پایه اعمال اصل جمع آثار روی توابع به دست آمده از FEM عمل می‌کند. بنابراین FRM نه تنها یک روش مستقل نیست، بلکه نمی‌تواند اثرات غیر خطی را هم لحاظ کند [۹] و [۱۰].

بنا به دلایلی که ذکر شد، در سال‌های اخیر مدل‌های تحلیلی هیبرید (HAMS) برای آنالیز الکترومغناطیسی ماشین‌های الکتریکی مختلف ارائه شده‌اند [۱۵] تا [۲۱]. در واقع ایده اصلی در معرفی HAMها، استفاده هم‌زمان از نقاط قوت تکنیک‌های مختلف برای مدل‌سازی دقیق‌تر ماشین‌های الکتریکی است. به عنوان مثال، یک HAM بر پایه مدل‌های CM و MEC در [۱۵] و [۲۱] ارائه شده که از مدل MEC برای محاسبه

چکیده: در این مقاله یک مدل تحلیلی هیبرید بر پایه نظریه تابع سیم‌پیچی برای موتورهای القایی با رتور قفسی ارائه می‌شود که از مدل مدار معادل مغناطیسی برای لحاظ کردن اثر شیار و اشباع مغناطیسی در هسته‌های استاتور و رتور کمک می‌گیرد. تحت شرایط کاری سالم و خطای میله شکسته در رتور و برای هر نقطه کار، از یک مدار معادل مغناطیسی غیر خطی برای محاسبه افت نیروی محرکه مغناطیسی در بخش‌های آهنی استاتور و رتور استفاده می‌شود. توزیع افت MMF در استاتور و رتور به طور جداگانه بر حسب یک توزیع از جریان‌های مجازی معادل و یک تابع سیم‌پیچی مجازی بیان می‌شود. سپس اندوکتانس‌ها با در نظر داشتن اثر شیارها و اشباع مغناطیسی با استفاده از WFT محاسبه می‌گردند. به منظور مدل‌سازی راه‌اندازی بی‌بار موتور تحت شرایط کاری سالم و خطای میله شکسته، دستگاه معادلات دیفرانسیل الکتریکی و مکانیکی به طور هم‌زمان با استفاده از روش تفاضلات متناهی حل می‌شوند. از روش هیگ و یک نگاشت همدیس ساده برای محاسبه و آنالیز میدان مغناطیسی فاصله هوایی استفاده می‌گردد. به منظور راستی‌آزمایی مدل ارائه‌شده، بعضی از نتایج تحلیلی با نتایج نظیر به دست آمده از روش اجزای محدود مقایسه می‌شوند.

کلیدواژه: اندوکتانس، مدار معادل مغناطیسی (MEC)، موتور القایی با رتور قفسی (CRIM)، نظریه تابع سیم‌پیچی (WFT)، نیروی محرکه مغناطیسی (MMF).

۱- مقدمه

به علت ساختار ساده و مقاومی که موتورهای القایی با رتور قفسی (CRIM) دارند، این موتورها دارای کاربردهای فراوان در صنایع مختلف هستند. در هر حال، CRIMها در معرض خطای BRB قرار دارند و به همین خاطر، مدل‌سازی و آنالیز الکترومغناطیسی CRIMها تحت شرایط خطای BRB ضروری می‌باشد. تا کنون تکنیک‌های مختلفی برای مدل‌سازی و آنالیز الکترومغناطیسی CRIMها معرفی شده‌اند، از قبیل

این مقاله در تاریخ ۲۹ بهمن ماه ۱۴۰۰ دریافت و در تاریخ ۲۰ دی ماه ۱۴۰۰ بازنگری شد.

فرهاد رضائی علم (نویسنده مسئول)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران، (email: rezaee.fa@lu.ac.ir).

عبدالصمد حمیدی، گروه آموزشی مهندسی برق، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران، (email: hamidi.a@lu.ac.ir).

وحید نائینی، گروه آموزشی مهندسی برق، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران، (email: vnaeini@malayeru.ac.ir).

1. Cage-Rotor Induction Motor

2. Broken Rotor-Bar

3. Finite Element Method

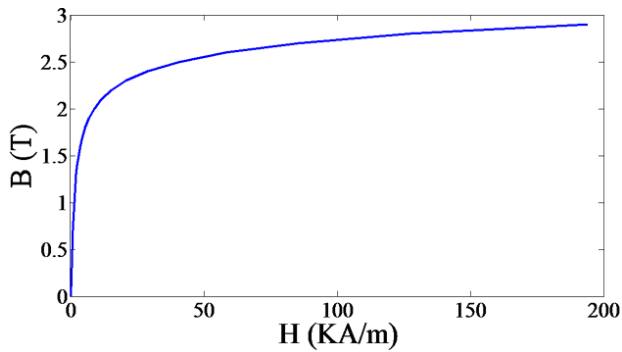
4. Winding Function Theory

5. Magnetic Equivalent Circuit

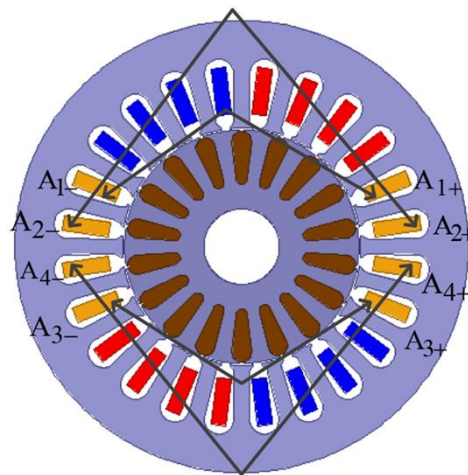
6. Sub-Domain (S-D) Model

7. Field Reconstruction Method

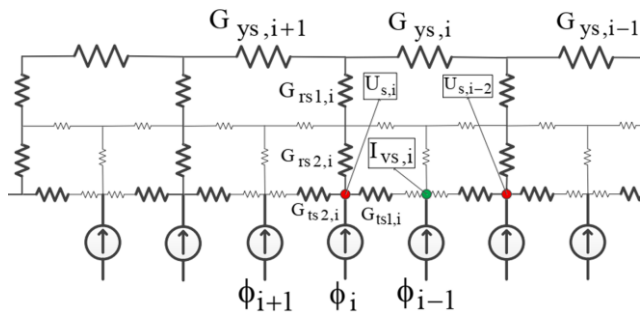
8. Hybrid Analytical Models



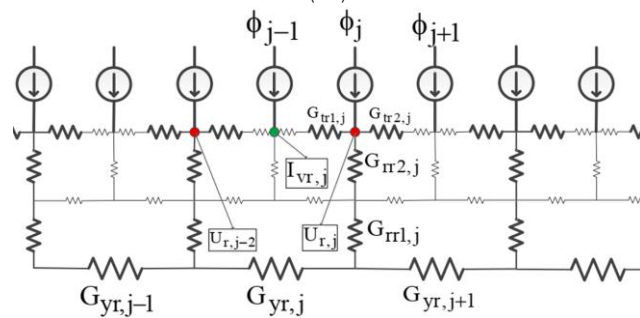
شکل ۲: مشخصه مغناطیس‌شوندگی هسته.



شکل ۱: هندسه موتور.



(الف)



(ب)

شکل ۳: مدل‌های MEC، (الف) هسته استاتور و (ب) هسته رتور.

جدول ۱: پارامترهای نامی CRIM آنالیزشده.

پارامتر	اندازه
توان نامی	۱٫۱ کیلووات
ولتاژ نامی	۲۲۰ ولت
تعداد قطب‌ها	۲
فرکانس	۵۰ هرتز
تعداد شیارهای استاتور	۲۴ شیار
تعداد شیارهای رتور	۱۸ شیار
مقاومت اهمی هر فاز استاتور	۵ اهم
ممان اینرسی رتور	۰٫۰۲ کیلوگرم مترمربع
تعداد دور هر سیم‌پیچ	۶۸ دور

افت نیروی محرکه مغناطیسی (MMF) در بخش‌های آهنی و از CM برای در نظر گرفتن فاصله هوایی شیاردار استفاده می‌کند. در [۱۶]، [۱۸] و [۲۰] از مدل S-D به جای CM برای مدل‌سازی فاصله هوایی استفاده شده است. در [۱۷] یک HAM بر پایه ارتباط مستقیم نتیجه تحلیلی حاصل از معادلات ماکسول در فاصله هوایی با نتیجه حاصل از مدل MEC در بخش‌های آهنی ارائه شده است. یک ورژن بهبودیافته از WFT در [۱۹] ارائه شده که از یک مدل MEC ساده برای محاسبه افت MMF در بخش‌های آهنی و از ضرایب کارتر برای در نظر گرفتن طول فاصله هوایی شیاردار استفاده کرده است.

در این مقاله، یک HAM جدید بر پایه WFT و MEC ارائه شده که از مدل MEC برای محاسبه افت MMF در هسته‌های استاتور و رتور شیاردار استفاده می‌کند. توزیع افت MMF به صورت یک تابع سیم‌پیچی مجازی بیان می‌شود و در رابطه WFT برای محاسبه اندوکتانس‌ها با در نظر داشتن اثر اشباع مغناطیسی و سپس آنالیز دینامیکی استفاده می‌گردد. این مقاله به این صورت سازماندهی شده که CRIM آنالیزشده در بخش ۲ معرفی می‌گردد. برای محاسبه تابع سیم‌پیچی مجازی، مدل‌های MEC از استاتور و رتور در بخش ۳ معرفی می‌شوند. سپس در بخش ۴ با داشتن تابع سیم‌پیچی مجازی از WFT برای محاسبه ماتریس اندوکتانس استفاده می‌گردد. آنالیز دینامیکی CRIM تحت شرایط کاری سالم و خطای BRB در بخش ۵ انجام شده و نتایج حاصل از مقاله در بخش ۶ ارائه می‌گردد.

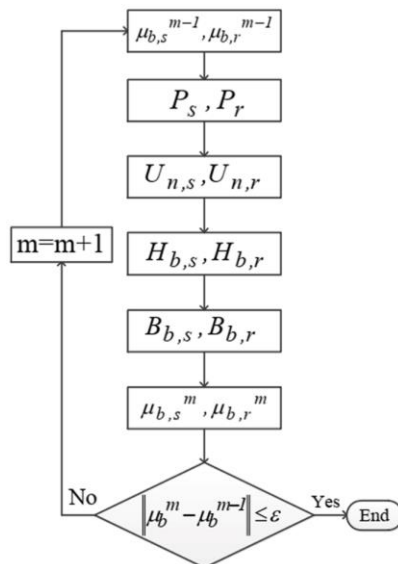
۲- CRIM مورد بررسی

پارامترهای اصلی مربوط به CRIM آنالیزشده در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. در شکل ۱، فازهای استاتور و میله‌های رتور با رنگ‌های مجزا مشخص هستند. یک هسته از جنس فولاد سیلیکونی در استاتور و رتور استفاده می‌شود که دارای یک مشخصه مغناطیس‌شوندگی مطابق با شکل ۲ است.

۳- تابع MMF مجازی

در این مقاله، یک تابع سیم‌پیچی مجازی معادل پیشنهاد داده می‌شود که می‌تواند توزیع افت MMF در هسته شیاردار استاتور و رتور را در نظر بگیرد. به همین خاطر همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، ۲ مدل MEC به صورت جداگانه برای هسته‌های شیاردار استاتور و رتور در نظر گرفته می‌شود. در شکل، پرمانس‌های پرنرنگ و کم‌رنگ به ترتیب پرمانس‌های غیر خطی و خطی را نشان می‌دهند و ϕ_j و ϕ_i به ترتیب منابع شار ورودی به گره‌های استاتور و رتور هستند که از WFT به دست می‌آیند.

برای هر نقطه کار، یک روش تکرار برای تحلیل مدل‌های MEC غیر خطی مربوط به هسته‌های استاتور و رتور به شکل جداگانه استفاده می‌شود



شکل ۵: یک حلقه تکرار.

از طریق ترکیب (۱)، (۳) و (۴)، معادلات ماتریسی زیر بر حسب پتانسیل مغناطیسی گره‌ها حاصل می‌شوند

$$\begin{cases} [A_s] \times [P_s] \times [A_s]' \times [U_{n,s}] = [\phi_{s-source}] \\ [A_r] \times [P_r] \times [A_r]' \times [U_{n,r}] = [\phi_{r-source}] \end{cases} \quad (5)$$

لازم به ذکر است که $[P_r]$ و $[P_s]$ ، ماتریس‌هایی قطری هستند که شامل پرمانس تمام شاخه‌ها در المان‌های قطری می‌باشند. نفوذپذیری نسبی مغناطیسی برای فولاد سیلیکونی استفاده‌شده در هسته استاتور و رتور به صورت تابعی از چگالی شار مغناطیسی بیان می‌گردد

$$\mu_r = 2000 \times e^{-\lambda B^T} \quad (6)$$

شکل ۵، یک حلقه تکرار را نشان می‌دهد که برای آنالیز غیر خطی در هر نقطه کار استفاده می‌شود. $\mu_{b,r}^m$ و $\mu_{b,s}^m$ به ترتیب ماتریس نفوذپذیری نسبی شاخه‌ها در مدار مغناطیسی مربوط را نشان می‌دهند. برای بالابردن سرعت مدل‌سازی، نتیجه به دست آمده برای هر نقطه کار به عنوان حدس اولیه برای حل تکرار بعدی استفاده می‌شود. بعد از آن که همگرایی حاصل شد، حلقه تکرار خاتمه می‌یابد و توزیع جریان مجازی در شیارهای استاتور و رتور برای نقطه کار مربوط به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود

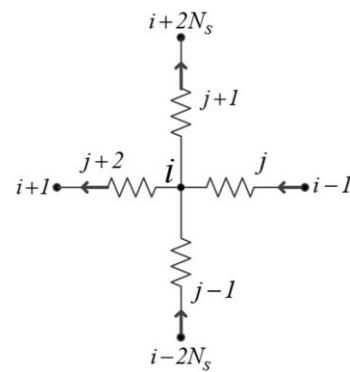
$$\begin{cases} I_{v-s,i} = U_{s,i} - U_{s,i-2} \\ I_{v-r,j} = U_{r,j} - U_{r,j-2} \end{cases} \quad (7)$$

با داشتن توزیع $I_{v-s}(\alpha)$ و $I_{v-r}(\alpha, \theta_r)$ تابع MMF مجازی معادل برای هر موقعیت از رتور به صورت زیر محاسبه می‌شود

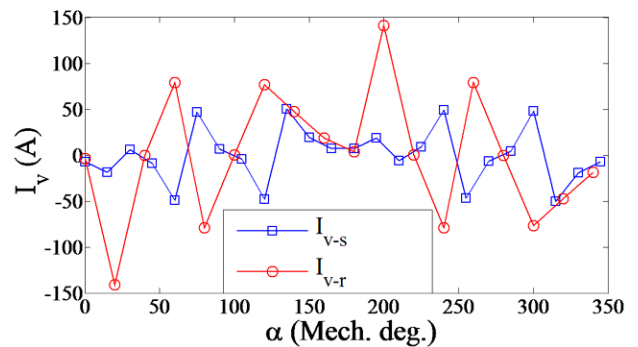
$$f_v(\alpha, \theta_r) = \int_0^\alpha [I_{v-s}(\alpha') + I_{v-r}(\alpha', \theta_r)] d\alpha' \quad (8)$$

$$F_v(\alpha, \theta_r) = f_v(\alpha, \theta_r) - \langle f_v(\alpha, \theta_r) \rangle \quad (9)$$

که در (۸) و (۹)، θ_r موقعیت رتور، α موقعیت زاویه‌ای، α' متغیر انتگرال‌گیری، $\langle f_v(\alpha, \theta_r) \rangle$ مقدار میانگین $f_v(\alpha, \theta_r)$ و $F_v(\alpha, \theta_r)$ تابع MMF مجازی معادل را نشان می‌دهد. برای مثال، تحت شرایط تحریک فقط فاز A استاتور با جریان ۵ آمپر و برای یک موقعیت خاص از رتور، توزیع جریان‌های مجازی معادل در شیارهای استاتور و رتور در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۴: یک گره نوعی.



شکل ۶: توزیع جریان‌های مجازی معادل.

$$\begin{cases} [A_s]_{(\Delta N_s - 1) \times (\Delta N_s)} \times [\phi_s]_{(\Delta N_s) \times (1)} = [\phi_{s-source}]_{(\Delta N_s - 1) \times (1)} \\ [A_r]_{(\Delta N_r - 1) \times (\Delta N_r)} \times [\phi_r]_{(\Delta N_r) \times (1)} = [\phi_{r-source}]_{(\Delta N_r - 1) \times (1)} \end{cases} \quad (1)$$

که $[A_s]$ و $[A_r]$ به ترتیب ماتریس ارتباط بین گره‌ها و شاخه‌ها را در مدل‌های MEC استاتور و رتور نشان می‌دهند. $[\phi_s]$ و $[\phi_r]$ به ترتیب ماتریس شار مغناطیسی شاخه‌های استاتور و رتور هستند و همچنین $[\phi_{s-source}]$ و $[\phi_{r-source}]$ به ترتیب منابع شار ورودی به استاتور و رتور را نشان می‌دهند.

برای یک گره نوعی در مدل MEC استاتور (شکل ۴)، المان‌های مربوط از ماتریس $[A_s]$ به صورت (۲) تعریف می‌شوند

$$\begin{cases} A_s(i, j-1) = -1 \\ A_s(i, j) = -1 \\ A_s(i, j+1) = 1 \\ A_s(i, j+2) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

همچنین ماتریس‌های $[\phi_r]$ و $[\phi_s]$ به صورت (۳) تعریف می‌شوند

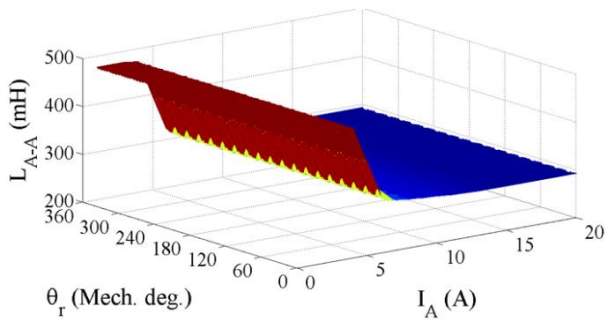
$$\begin{cases} [\phi_s] = [P_s] \times [F_{B,s}] \\ [\phi_r] = [P_r] \times [F_{B,r}] \end{cases} \quad (3)$$

که در (۳)، $[P_s]$ و $[P_r]$ به ترتیب ماتریس پرمانس هسته‌های استاتور و رتور را نشان می‌دهند.

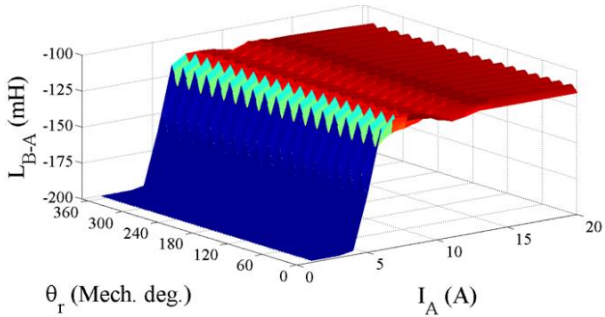
$[F_{B,s}]$ و $[F_{B,r}]$ به ترتیب ماتریس افت MMF در شاخه‌های استاتور و رتور را نشان می‌دهند که به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{cases} [F_{B,s}] = [A_s]' \times [U_{n,s}] \\ [F_{B,r}] = [A_r]' \times [U_{n,r}] \end{cases} \quad (4)$$

در (۴)، $[U_{n,s}]$ و $[U_{n,r}]$ به ترتیب ماتریس پتانسیل مغناطیسی گره‌های استاتور و رتور را نشان می‌دهند.



(الف)



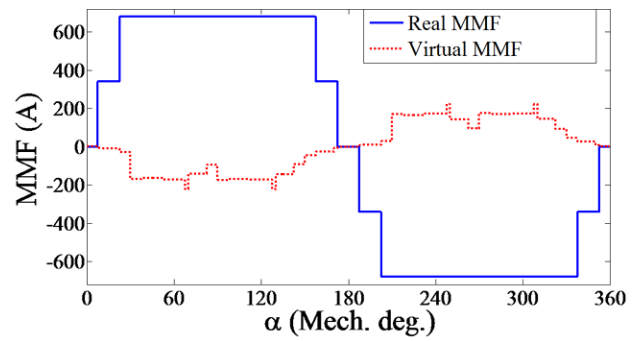
(ب)

شکل ۸: اندوکتانس‌های استاتور، (الف) اندوکتانس خودی فاز A استاتور و (ب) اندوکتانس متقابل بین فازهای A و B استاتور.

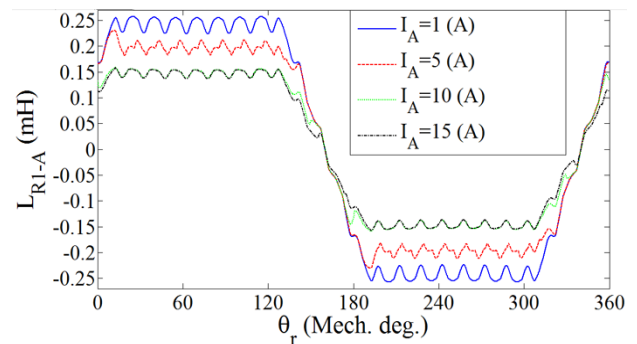
خطای میله شکسته، لازم است که یک جدول جستجوی سه‌بعدی برای هر یک از المان‌های ماتریس اندوکتانس آماده شود (مطابق شکل‌های ۸ و ۹). تحت این شرایط، دستگاه معادلات دیفرانسیل مکانیکی و الکتریکی حاکم بر CRIM با استفاده از روش تفاضلات متناهی (FDM) [۱۳] به صورت (۱۱) حل می‌شود

$$\left\{ \begin{aligned} V &= R \times I + \frac{d\lambda}{dt} \rightarrow \\ \lambda(n+1) &= \lambda(n) + \Delta t \times [V(n) - R \times I(n)] \\ \lambda &= L \times I \\ T_e &= \frac{1}{\gamma} \times I' \times L \times I \\ T_e &= T_l + J \frac{d\omega_r}{dt} + D\omega_r \rightarrow \\ \omega_r(n+1) &= \omega_r(n) + \frac{\Delta t}{J} \times [T_e(n) - T_l - D \times \omega_r(n)] \\ \omega_r &= \frac{d\theta_r}{dt} \rightarrow \theta_r(n+1) = \theta_r(n) + \Delta t \times \omega_r(n) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

بعضی نتایج حاصل از آنالیز دینامیکی CRIM تحت شرایط کاری سالم و بی‌باری در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. به منظور بررسی تأثیر خطای شکستگی میله‌های رتور روی عملکرد CRIM تحت شرایط بی‌باری، شکل موج سرعت رتور در حین راه‌اندازی تحت شرایط بی‌باری و شکستگی تعدادی از میله‌های رتور در شکل ۱۱ نشان داده شده است. حالت "Non-Adjacent broken bars" به وضعیتی اشاره می‌کند که میله‌های شکسته شده، بیشترین فاصله ممکن را از هم دارند. شکل ۱۱-ه نشان می‌دهد که در صورت شکسته شدن ۵ تا از میله‌های رتور که مجاور هم هستند، رتور نمی‌تواند به سرعت نامی بی‌باری برسد. اما در وضعیتی



شکل ۷: توزیع توابع حقیقی و مجازی MMF ناشی از جریان ۵ آمپری.



شکل ۹: اندوکتانس متقابل بین فاز A استاتور و حلقه اول رتور.

توزیع توابع حقیقی و مجازی MMF ناشی از فقط تحریک فاز A استاتور با جریان ۵ آمپری در شکل ۷ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، MMF مجازی دارای اثر مخالف نسبت به سیم‌بندی فاز A می‌باشد.

۴- نظریه تابع سیم‌پیچی (WFT)

WFT بر اساس این فرض پایه عمل می‌کند که نفوذپذیری نسبی مغناطیسی در بخش‌های آهنی استاتور و رتور، بی‌نهایت فرض شود و به همین دلیل، یک تابع MMF مجازی معادل در این مقاله پیشنهاد داده می‌شود که می‌تواند اثر اشباع مغناطیسی در بخش‌های آهنی استاتور و رتور را در نظر بگیرد. محاسبه اندوکتانس سپس از طریق WFT و با در نظر داشتن تابع MMF مجازی معادل به صورت (۱۰) انجام می‌شود

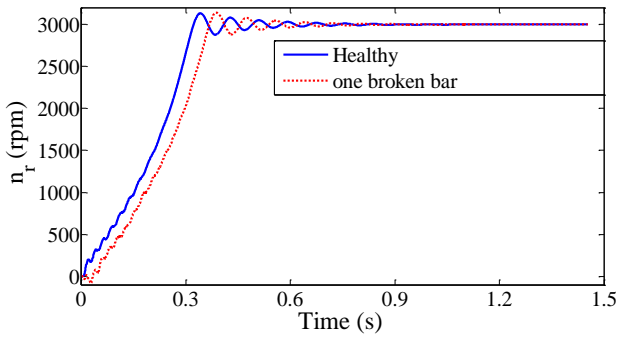
$$L_{x,y}(\theta_r) = \frac{\mu \times R_g \times L}{g} \times \int_{-\pi}^{\pi} [N_x(\alpha, \theta_r) \times (N_y(\alpha, \theta_r) + \frac{F_v(\alpha, \theta_r)}{I_y})] d\alpha \quad (10)$$

که g طول فاصله هوایی، R_g شعاع کانتور در وسط فاصله هوایی، L طول محوری هسته، $n_x(\alpha, \theta_r)$ تابع دور فاز x ، $N_y(\alpha, \theta_r)$ تابع سیم‌پیچی فاز y و $F_v(\alpha, \theta_r)$ تابع MMF مجازی معادل ناشی از تحریک فقط فاز y با جریان I_y آمپر است.

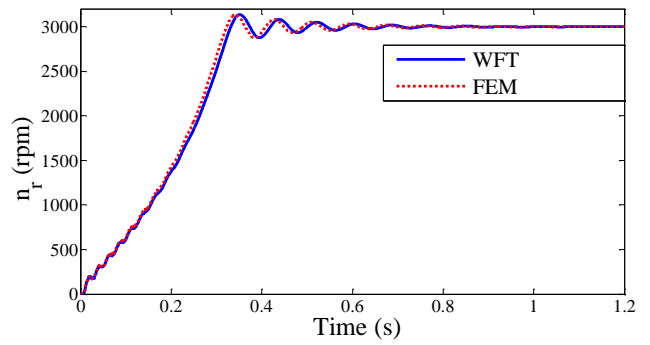
نتایج اندوکتانس‌های خودی و متقابل استاتور و اندوکتانس متقابل بین فاز A استاتور با حلقه اول رتور به دست آمده از WFT برای تحریک‌های مختلف فاز A استاتور در شکل‌های ۸ و ۹ آمده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار اندوکتانس‌های خودی و متقابل در تحریک‌های بالا به علت اشباع مغناطیسی کاهش می‌یابد.

۵- آنالیز دینامیکی

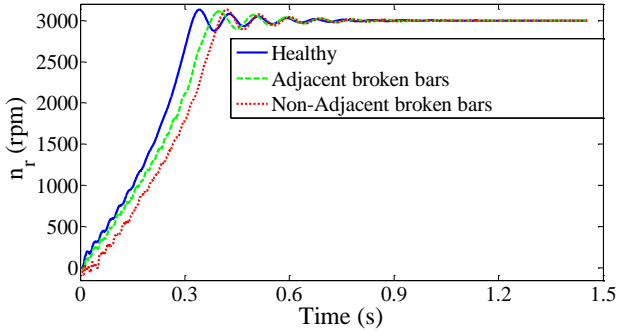
برای آنالیز دینامیکی CRIM مورد بررسی تحت شرایط کاری سالم و



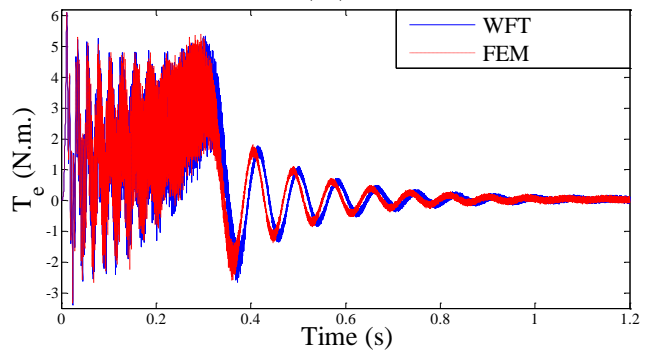
(الف)



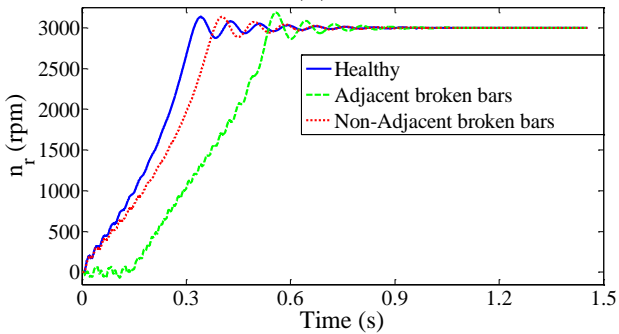
(الف)



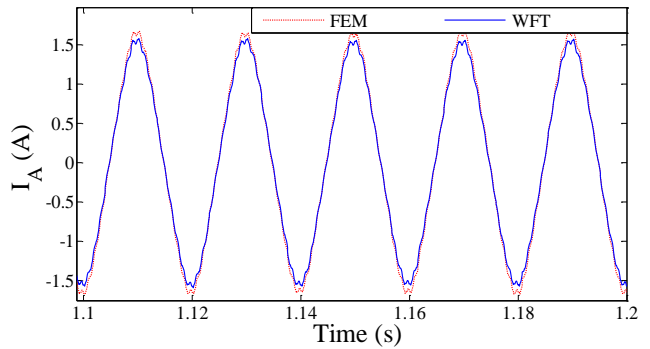
(ب)



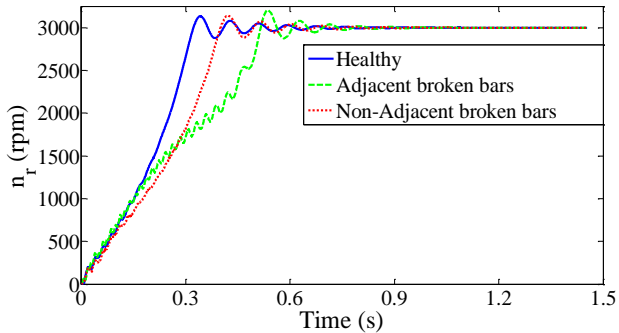
(ب)



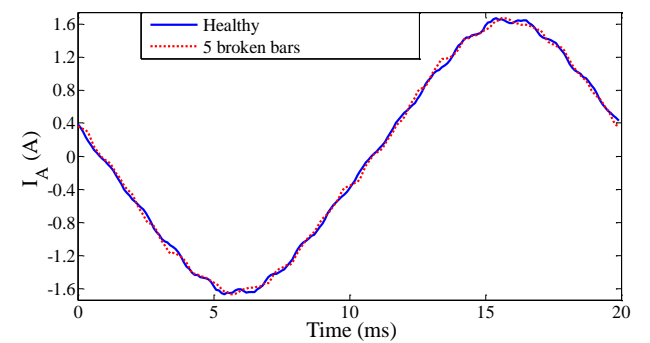
(ج)



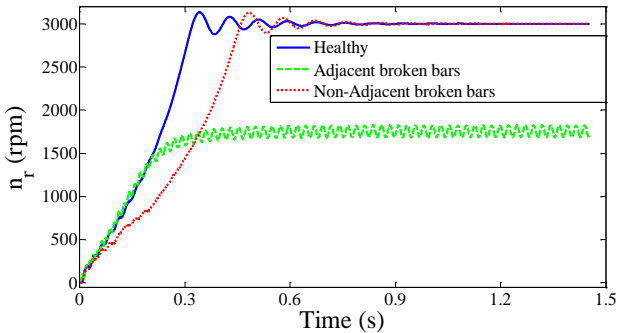
(ج)



(د)



شکل ۱۲: جریان فاز استاتور تحت شرایط سالم و خطا.



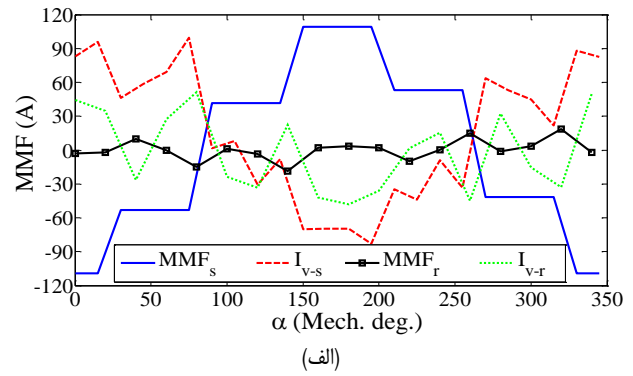
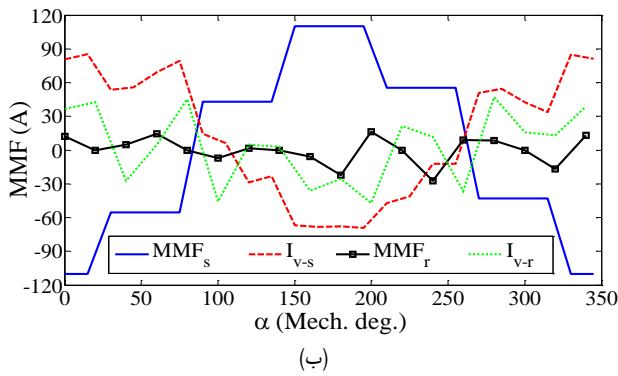
(ه)

شکل ۱۰: نتایج آنالیز دینامیکی در حالت سالم، (الف) سرعت رتور، (ب) گشتاور الکترومغناطیسی و (ج) جریان فاز استاتور.

شکل ۱۱: شکل موج سرعت رتور تحت شرایط بی‌باری، (الف) شکستگی یک میله از رتور، (ب) شکستگی دو میله از رتور، (ج) شکستگی سه میله از رتور، (د) شکستگی چهار میله از رتور و (ه) شکستگی پنج میله از رتور.

که ۵ تا میله شکسته شده دارای فاصله از هم باشند (میله‌های شماره ۲، ۵، ۸، ۱۲ و ۱۶)، موتور با اندکی تأخیر زمانی راه‌اندازی خواهد شد. در سایر موارد که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، تفاوت فقط در زمان راه‌اندازی رتور تا سرعت نامی است. پارامترهای موجود در (۱۱) همگی شناخته شده هستند.

به همین خاطر، همان طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، تفاوت محسوسی در شکل موج جریان فاز استاتور تحت شرایط حالت ماندگار بی‌باری و شکستگی ۵ تا از میله‌های رتور به صورت غیر مجاور



شکل ۱۳: چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی تحت شرایط سالم و خطای BRB-5، (الف) شرایط کاری سالم و (ب) شرایط کاری خطا.

$$\Omega(r, \alpha) = \begin{cases} \frac{I}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [(A_n - \frac{I}{2n\pi c^n})r^n + B_n r^{-n}] \sin(n(\alpha - \alpha_1)) , & r < c \\ \frac{I(\alpha - \alpha_1 + \pi)}{4\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \sin(n(\alpha - \alpha_1)) , & r = c \\ \frac{I(\alpha - \alpha_1)}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + (\frac{Ic^n}{2n\pi} + B_n)r^{-n}) \sin(n(\alpha - \alpha_1)) , & r > c \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} A_n = \frac{-I(\mu_1 - \mu_2)[b^{2n}(\mu_2 - \mu_1) + c^{2n}(\mu_1 + \mu_2)]}{c^{2n} 2n\pi [b^{2n}(\mu_1 - \mu_2)(\mu_2 - \mu_1) + a^{2n}(\mu_1 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2)]} \\ B_n = \frac{b^{2n} I(\mu_2 - \mu_1)[c^{2n}(\mu_1 - \mu_2) + a^{2n}(\mu_1 + \mu_2)]}{c^{2n} 2n\pi [b^{2n}(\mu_1 - \mu_2)(\mu_2 - \mu_1) + a^{2n}(\mu_1 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2)]} \end{cases} \quad (14)$$

$$B(r, \alpha) = B_r + jB_\alpha \rightarrow \begin{cases} B_r = -\mu \frac{\partial \Omega}{\partial r} \\ B_\alpha = -\mu \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} \end{cases} \quad (15)$$

با استفاده از (۱۶)، نتایج به دست آمده در حوزه متعارف به حوزه اصلی (شکل ۱۴) انتقال داده می‌شود

$$B_{main} = B_{canonical} \times T \quad (16)$$

مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی در نقطه کار مربوطه تحت شرایط کاری سالم و خطای BRB-5 (میل‌های شماره ۲، ۵، ۸، ۱۲ و ۱۶ شکسته شده‌اند) و حالت ماندگار بی‌باری به صورت نشان داده شده در شکل ۱۵ به دست می‌آید.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل تحلیلی هیبرید (HAM) بر پایه WFT و MEC ارائه گردید که از مدل MEC برای استخراج یک تابع سیم‌پیچی مجازی که شامل اثرات شیار و اشباع مغناطیسی است، به منظور استفاده در WFT برای محاسبه اندوکتانس‌های خودی و متقابل بهره می‌برد. با استفاده از مدل MEC، یک توزیع جریان مجازی روی سطح داخلی استاتور و روی سطح بیرونی رتور به دست آمد. این توزیع جریان‌های مجازی به صورت جبری با توزیع MMF سیم‌بندی استاتور و قفسه رتور جمع می‌شود و برآیند آنها با استفاده از روش هیگ و نگاشت هم‌مدیس برای محاسبه میدان مغناطیسی فاصله هوایی با در نظر داشتن اثر شیارها و اشباع مغناطیسی به کار گرفته می‌شود. به منظور انجام آنالیز دینامیکی با سرعت بالا، یک جدول جستجوی سه‌بعدی برای هر المان از ماتریس اندوکتانس از قبل ایجاد می‌شود. نتایج حاصل از آنالیز دینامیکی، نشان می‌دهند که آستانه تحمل این CRIM در حالت BRB-5 به صورت غیر

هم دیده نمی‌شود. با در نظر داشتن یک نقطه کار تحت شرایط کاری ماندگار در حالت سالم و خطای BRB، ابتدا توزیع MMF ناشی از سیم‌بندی استاتور و قفسه رتور و توزیع جریان‌های مجازی روی سطوح داخلی استاتور و بیرونی رتور طبق شکل‌های ۱۳-الف و ۱۳-ب محاسبه می‌شوند. سپس این توزیع‌های مجازی و واقعی از MMF به شکل توزیع جریان‌های خطی معادل در یک حوزه حلقوی بدون شیار که نمایانگر فاصله هوایی است، بر روی سطح بیرونی رتور و سطح داخلی استاتور مطابق شکل ۱۴ در نظر گرفته می‌شوند.

با استفاده از یک نگاشت هم‌مدیس (CM) ساده مطابق (۱۲)، هندسه بدون شیار واقعی (شکل ۱۴) به یک هندسه بدون شیار متعارف با شعاع متوسط یک متر تبدیل می‌شود، بدون این که اندازه و موقعیت زاویه‌ای جریان‌های خطی معادل تغییری کند

$$T = \frac{r}{R_s + R_r} \quad (12)$$

از روش هیگ در حوزه متعارف برای محاسبه پتانسیل مغناطیسی اسکالر و سپس چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی به صورت (۱۳) استفاده می‌شود که I اندازه یک جریان خطی معادل، μ_1 ، μ_2 و μ_3 به ترتیب نفوذپذیری مغناطیسی هسته رتور، فاصله هوایی و هسته استاتور، a ، b و c به ترتیب شعاع داخلی استاتور، شعاع بیرونی رتور و موقعیت شعاعی جریان خطی در حوزه متعارف و r و α نیز مختصه نقطه مد نظر در فاصله هوایی در حوزه متعارف هستند. در (۱۳)، A_n و B_n به صورت (۱۴) تعریف گردیده و با داشتن پتانسیل مغناطیسی اسکالر، مؤلفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی در حوزه متعارف با استفاده از (۱۵) محاسبه می‌شوند.

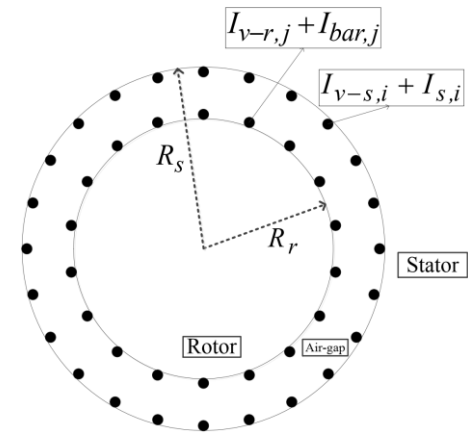
1. Conformal Mapping
2. Hague's Solution

IEEE Trans. on Magnetics, vol. 53, no. 6, Article ID: 7206905, Jun. 2017.

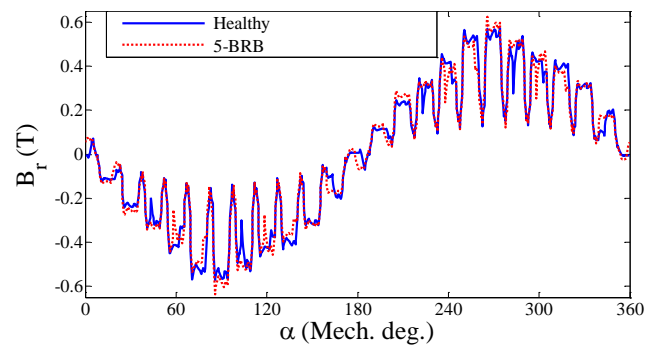
- [9] M. M. Kiani, W. Wang, and W. J. Lee, "Elimination of system-induced torque pulsations in doubly-fed induction generators via field reconstruction method," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 30, no. 3, pp. 1228-1236, Sep. 2015.
- [10] D. Wu, S. D. Pekarek, and B. Fahimi, "A field reconstruction technique for efficient modeling of the fields and forces within induction machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 24, no. 2, pp. 366-374, Jun. 2009.
- [11] T. F. Megahed, "Analytical approach to estimate the polyphase induction machine performance," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 514, Article ID: 167119, Nov. 2020.
- [12] A. Balamurali, C. Lai, A. Mollaeian, V. Loukanov, and N. C. Kar, "Analytical investigation of magnet eddy current losses in interior permanent magnet motor using modified winding function theory accounting for pulse width modulation harmonics," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 52, no. 7, Article ID: 8106805, Jul. 2016.
- [13] J. Faiz and F. Rezaee-Alam, "A new hybrid analytical model based on winding function theory for analysis of surface mounted permanent magnet motors," *The International J. for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 38, no. 2, pp. 745-758, May 2019.
- [14] F. Rezaee-Alam, B. Rezaeealam, and S. M. M. Moosavi, "An improved magnetic equivalent circuit model for electromagnetic modeling of electric machines," *Iranian J. of Electrical and Electronic Engineering*, vol. 17, no. 3, pp. 1965-1965, Sept. 2021.
- [15] M. Farhadian, M. Moallem, and B. Fahimi, "Analytical calculation of magnetic field components in synchronous reluctance machine accounting for rotor flux barriers using combined conformal mapping and magnetic equivalent circuit methods," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 505, Article ID: 166762, Jul. 2020.
- [16] Z. Zhang, C. Xia, Y. Yan, Q. Geng, and T. Shi, "A hybrid analytical model for open-circuit field calculation of multilayer interior permanent magnet machines," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 435, pp. 136-145, Aug. 2017.
- [17] S. Ouagued, Y. Amara, and G. Barakat, "Comparison of hybrid analytical modeling and reluctance network modeling for pre-design purposes," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 130, pp. 3-21, Dec. 2016.
- [18] S. Li, W. Tong, M. Hou, S. Wu, and R. Tang, "Analytical model for no-load electromagnetic performance prediction of V-shape IPM motors considering nonlinearity of magnetic bridges," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 37, no. 2, pp. 901-911, Jun. 2022.
- [19] B. Ge, W. Liu, J. Dong, and M. Liu, "Extending winding function theory to incorporate secondary effects in the design of induction machines and drives," *IEEE J. of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 10, no. 2, pp. 1915-1924, Apr. 2022.
- [20] B. Ladghem-Chikouche, K. Boughrara, F. Dubas, and R. Ibtouen, "Two-dimensional hybrid model for magnetic field calculation in electrical machines: exact subdomain technique and magnetic equivalent circuit," *International J. for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering (COMPEL)*, vol. 40, no. 3, pp. 535-560, Aug. 2021.
- [21] Z. Li, X. Huang, L. Wu, H. Zhang, T. Shi, Y. Yan, B. Shi, and G. Yang, "An improved hybrid field model for calculating on-load performance of interior permanent-magnet motors," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 10, pp. 9207-9217, Oct. 2021.

فرهاد رضائی علم تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی از دانشگاه شهید چمران اهواز در سال ۱۳۸۶، و کارشناسی ارشد و دکتری برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۹ و ۱۳۹۴ از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران به پایان رسانده است و هم‌اکنون استادیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه لرستان می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی، بهینه‌سازی، و مدل‌سازی الکترومغناطیسی انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی.

عبدالصمد حمیدی در سال ۱۳۸۱ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه شهید رجایی تهران و در سال ۱۳۸۶ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه رازی کرمانشاه دریافت نمود. از سال ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۴ نام‌برده به عنوان مدرس دانشگاه فنی و حرفه‌ای به کار مشغول بود و پس از آن به دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه رازی کرمانشاه وارد گردید و در سال ۱۳۹۷ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی برق از دانشگاه مذکور گردید. دکتر حمیدی از سال ۱۳۹۷ در دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه لرستان در خرم آباد مشغول به فعالیت گردید و اینک نیز عضو هیأت علمی این دانشکده می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه ایشان متنوع بوده و شامل



شکل ۱۴: فاصله هوایی بدون شیار شامل جریان‌های واقعی و مجازی.



شکل ۱۵: مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی.

مجاور است و برای خطاهای زیر این حالت، عملکرد موتور در حالت ماندگار بی‌باری تقریباً تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد و صرفاً زمان راه‌اندازی موتور، اندکی تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. مدل HAM ارائه‌شده در این مقاله، قابل استفاده برای مدل‌سازی و آنالیز الکترومغناطیسی انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی است.

مراجع

- [1] M. Al Saaideh, N. Alatawneh, and M. Al Janaideh, "Multi-objective optimization of a reluctance actuator for precision motion applications," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 546, Article ID: 168652, Mar. 2022.
- [2] F. Mahmouditabar, A. Vahedi, and P. Ojaghlu, "Investigation of demagnetization phenomenon in novel ring winding AFPM motor with modified algorithm," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 491, Article ID: 165539, Dec. 2019.
- [3] B. Asad, T. Vaimann, A. Belahcen, A. Kallaste, A. Rassõlkin, and M. N. Iqbal, "Modified winding function-based model of squirrel cage induction motor for fault diagnostics," *IET Electric Power Application*, vol. 14, no. 9, pp. 1722-1734, Sept. 2020.
- [4] M. Ojaghi, M. Sabouri, and J. Faiz, "Performance analysis of squirrel-cage induction motors under broken rotor bar and stator inter-turn fault conditions using analytical modeling," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 54, no. 11, Article ID: 8203705, Nov. 2018.
- [5] A. Waheed, B. Kim, and Y. H. Cho, "Optimal design of line start permanent magnet synchronous motor based on magnetic equivalent parameters," *J. of Electrical Engineering & Technology*, vol. 15, pp. 2111-2119, Sep. 2020.
- [6] H. Saneie and Z. Nasiri-Gheidari, "Performance analysis of outer-rotor single-phase induction motor based on magnetic equivalent circuit (MEC)," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 2, pp. 1046-1054, Feb. 2021.
- [7] K. Boughrara, N. Takorabet, R. Ibtouen, O. Touhami, and F. Dubas, "Analytical analysis of cage rotor induction motors in healthy, defective, and broken bars conditions," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 51, no. 2, Article ID: 8200317, Feb. 2015.
- [8] A. Mollaeian, E. Ghosh, H. Dhulipati, J. Tjong, and N. C. Kar, "3-D sub-domain analytical model to calculate magnetic flux density in induction machines with semi-closed slots under no-load condition,"

موضوعاتی مانند الکترونیک قدرت، کنترل دیجیتال، طراحی ماشین‌های الکتریکی، سیستم‌های توزیع و طراحی سیستم‌های دیجیتال می‌باشد.

وحید نائینی تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق قدرت به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۵ و ۱۳۸۸ از دانشگاه شاهد و در مقطع دکتری مهندسی برق قدرت در سال ۱۳۹۴ از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی به پایان رسانده است و هم‌اکنون استادیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه ملایر می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی و مدل‌سازی ماشین‌های الکتریکی و ترانسفورماتور.