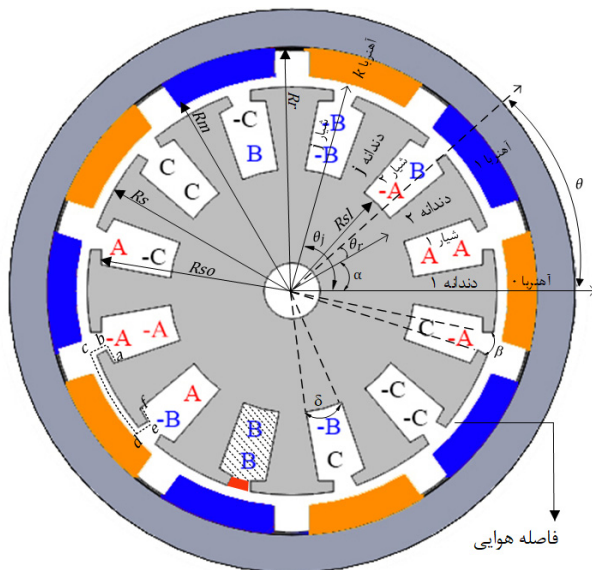


# مدل سازی تحلیلی زیرناحیه ماشین سنکرون مغناطیس دایم روتور بیرونی با آهن ربای سطحی

آرمین صلح‌روشن، محمدرضا علیزاده پهلوانی و آرش دهستانی کلاگر



شکل ۱: ماشین آهن‌ربای دایم روتور بیرونی ۱۰ قطب و ۱۲ شیار.  
 شیار (hatched), بازشدگی شیار (red), آهن روتور و استاتور (grey), آهن‌ربا (blue/orange)

از سیم‌پیچی غیر روی هم در ماشین‌های آهن‌ربای دایم باعث کاهش تلفات مسی و افزایش گشتاور در سرعت‌های پایین می‌گردد [۲]. در این مقاله مدل تحلیلی دوبعدی برای ماشین سنکرون آهن‌ربای دایم روتور بیرونی با آهن‌ربای نصب‌شده روی سطح با سیم‌پیچی دولایه غیر روی هم ارائه شده که ساختار آن در شکل ۱ آمده است.

تا کنون روش‌های مختلفی جهت تحلیل ماشین‌های آهن‌ربای دایم ارائه گردیده که در حالت کلی به دو دسته روش‌های عددی و تحلیلی تقسیم می‌شوند. مهم‌ترین عیب روش عددی نسبت به روش تحلیلی، حجم محاسبات بالا و در نتیجه صرف زمان زیاد می‌باشد. روش‌های تحلیلی ماشین‌های الکتریکی خود به چهار دسته بدون بعد (مدار معادل مغناطیسی) [۳]، تک‌بعدی [۴]، دوبعدی [۵] تا [۷] و سه‌بعدی [۸] و [۹] تقسیم می‌گردند. از مدل تحلیلی بدون بعد در موارد ساده که تنها مقدار بیشینه یا متوسط کمیت‌ها مورد نیاز است استفاده می‌شود، لذا از معایب مدل تحلیلی بدون بعد می‌توان به دقت پایین آن اشاره کرد. دقت روش تحلیلی تک‌بعدی بیشتر از روش تحلیلی بدون بعد است اما به مراتب دقت آن نسبت به روش تحلیلی دوبعدی کمتر است. مدل تحلیلی دوبعدی از یک طرف دقت روش‌های عددی دوبعدی را به همراه داشته و از طرفی سرعت محاسباتی به مراتب بالاتری نسبت به روش‌های عددی دارد. مدل تحلیلی سه‌بعدی به دلیل معادلات سنگین، پیچیدگی و حجم محاسبات

چکیده: در این مقاله از روش زیرناحیه برای تحلیل ماشین سنکرون مغناطیس دایم روتور بیرونی استفاده شده است. در این روش بر اساس فرضیاتی از قبیل هندسه، مشخصات الکتریکی و مغناطیسی، ماشین به چهار زیرناحیه شیار، دهانه شیار، فاصله هوایی و آهن‌ربا تقسیم گردیده است. بر اساس معادلات ماکسول و فرضیات در نظر گرفته شده، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم برای هر زیرفضا ارائه و به صورت تحلیلی حل شده است. در این مقاله پس از محاسبه چگالی شار فاصله هوایی ناشی از جریان سیم‌پیچی آرمیچر و آهن‌رباها با سه الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی، موازی و هالباخ، دیگر کمیت‌های اصلی ماشین با توجه به آن محاسبه شده است. برای اعتبارسنجی مدل تحلیلی، نتایج به دست آمده از MATLAB با مقادیر حاصل از روش المان محدود مقایسه گردیده است.

کلیدواژه: ماشین سنکرون آهن‌ربای دایم، مدل تحلیلی، روتور بیرونی، الگوهای مغناطیس‌کنندگی، روش زیرناحیه.

## ۱- مقدمه

ماشین‌های سنکرون آهن‌ربای دایم امروزه به طور وسیع در صنایع مختلفی مانند صنایع پزشکی، نظامی، انرژی تجدیدپذیر و خودروسازی استفاده می‌شوند. از جمله این کاربردها می‌توان به قلب مصنوعی، توربین‌های بادی و خودروهای برقی اشاره نمود [۱]. در ماشین‌های الکتریکی دورانی شار شعاعی بدون جاروبک با آهن‌ربای دایم، آهن‌رباها به گونه‌های متفاوتی مانند داخلی، نصب‌شده روی سطح و درون سطح قرار می‌گیرند.

نحوه قرارگرفتن روتور در ماشین‌های الکتریکی آهن‌ربای دایم به دو صورت روتور داخلی و روتور بیرونی است. ماشین‌های روتور بیرونی می‌توانند گشتاور خروجی بیشتری نسبت به ماشین‌های روتور داخلی برای همان حجم از ماشین ایجاد کنند. معمولاً از ماشین‌های روتور داخلی برای کاربردهایی استفاده می‌شود که نیاز به افزایش و کاهش سریع سرعت دارند. این در حالی است که از ماشین‌های روتور بیرونی معمولاً برای کاربردهایی که نیاز به سرعت ثابت دارند استفاده می‌شود. در ساختار ماشین‌های روتور بیرونی ضخامت یوغ روتور نسبت به نوع روتور داخلی کاهش می‌یابد که منجر به کم‌شدن وزن و حجم ماشین می‌شود. استفاده

این مقاله در تاریخ ۱۲ دی ماه ۱۳۹۹ دریافت و در تاریخ ۳۰ آبان ماه ۱۴۰۰ بازنگری شد.

آرمین صلح‌روشن، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، (email: solharmin@gmail.com).

محمدرضا علیزاده پهلوانی (نویسنده مسئول)، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، (email: mr\_alizadehp@mut.ac.ir).

آرش دهستانی کلاگر، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، (email: a\_dehestani@mut.ac.ir).

تقسیم‌بندی شده و بر اساس معادلات ماکسول، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم به هر زیرفضا با بسط سری فوریه بر حسب پتانسیل برداری مغناطیسی و بردار مغناطیس‌کنندگی آهن‌ربای دایم و چگالی جریان آرمیچر ارائه گردیده است. سپس برای معادلات به دست آمده برای هر زیرفضا، یک پاسخ عمومی معرفی شده است. همچنین بر مبنای زیرفضاهای در نظر گرفته شده و هندسه آنها، یک دسته شرایط مرزی جهت محاسبه ثابت‌های بسط فوریه در پاسخ عمومی معرفی گردیده‌اند. در پایان جهت ارزیابی مدل تحلیلی، نتایج به دست آمده با مقادیر حاصل از روش المان محدود مقایسه شده است.

در تحلیل دوبعدی ماشین مورد نظر فرض بر این است که چگالی شار مغناطیسی تنها مؤلفه شعاعی و مماسی دارد و بردار چگالی شار و پتانسیل برداری مغناطیسی مستقل از  $z$  است. همه مواد همسان‌گرد و همگن هستند و یوغ روتور و استاتور دارای ضریب نفوذپذیری نامحدود و برای آهن‌رباها مشخصات مغناطیسی خطی در نظر گرفته شده است. همچنین از عکس‌العمل جریان گردابی صرف نظر گردیده است.

در روش تحلیلی به کار گرفته شده، به منظور استخراج معادلات مشتقات جزئی در تمامی نواحی، ماشین باید به چندین زیرناحیه تقسیم گردد. با توجه به ساختار سیم‌بندی در این مقاله که سیم‌بندی غیر روی هم دولا به است، ماشین به  $2p$  آهن‌ربا، یک فاصله هوایی،  $Q$  شیار و  $Q$  دهانه شیار تقسیم می‌شود و بنابراین تعداد زیرناحیه‌ها برابر با  $2Q + 2p + 1$  است.

معادلات پواسون و لاپلاس برای زیرناحیه‌ها با فرض این که بردار پتانسیل برداری مغناطیسی در دستگاه استوانه‌ای تنها مؤلفه  $z$  داشته و همچنین بردار چگالی جریان به صورت  $J = [0, 0, J_z(\theta, t)]$  و بردار مغناطیس‌کنندگی آهن‌ربا به صورت  $M = [M_r(r, \theta), M_\theta(r, \theta), 0]$  می‌باشد، به صورت زیر به دست می‌آید که با لایحه‌های  $so, m, a$  و  $sl$  به ترتیب نشان‌دهنده نواحی فاصله هوایی، آهن‌ربا، دهانه شیار و شیار هستند

$$\frac{\partial^2 A_z^{sl}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{sl}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z^{sl}}{\partial \theta^2} = -\mu \cdot J_z \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 A_z^m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^m}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z^m}{\partial \theta^2} = \frac{\mu}{r} (\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 A_z^a}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^a}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z^a}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 A_z^{so}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{so}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z^{so}}{\partial \theta^2} = 0$$

مؤلفه عمودی بردار چگالی شار میدان مغناطیسی  $(B_\perp)$  در فصل مشترک بین دو زیرناحیه به صورت پیوسته می‌باشد. اگر سطح بدون منبع باشد، مؤلفه موازی بردار شدت میدان مغناطیسی  $(H_\parallel)$  در یک سمت از ناحیه مرزی با سمت دیگر از ناحیه مرزی برابر است. این دو شرط مرزی را می‌توان در قالب معادلات ریاضی به صورت زیر بیان نمود که  $n$  بردار یکه عمود بر مرز بین دو محیط مجاور است و بالانویس‌های  $I$  و  $II$  دو محیط مجاور را نشان می‌دهند. شرایط مرزی برای ماشین آهن‌ربای دایم روتور بیرونی با آهن‌ربای سطحی در جدول ۱ آمده است

$$n \cdot (B_\perp^I - B_\perp^{II}) = 0 \quad (4)$$

$$n \times (H_\parallel^I - H_\parallel^{II}) = 0 \quad (5)$$

بیشتری نسبت به روش تحلیلی دوبعدی دارد. در مواردی که مدل ماشین مورد نظر متقارن باشد، می‌توان از روش تحلیلی دوبعدی به جای روش تحلیلی سه‌بعدی استفاده کرد.

در طول ۳۰ سال گذشته، تلاش‌های قابل توجهی برای حل تحلیلی میدان مغناطیسی ماشین‌های آهن‌ربای دایم بدون جاروبک DC (BLDC) و بدون جاروبک AC (BLAC) انجام شده که در آنها تحلیل مدار باز و عکس‌العمل آرمیچر برای ماشین‌های شیاردار و بدون شیار آهن‌ربای دایم با حرکت دورانی و شار شعاعی صورت گرفته است. با استفاده از مدل تحلیلی ارائه‌شده در این تحقیقات به محاسبه کمیت‌های اصلی ماشین‌های آهن‌ربای دایم بدون جاروبک مانند چگالی شار مغناطیسی، گشتاور واکنشی و دندانه‌ای، اندوکتانس، تلفات جریان گردابی، نیروی ضد محرکه و نیروهای مغناطیسی نامتعادل پرداخته شده است [۱۰] تا [۱۳].

در ماشین‌های شیاردار، اثر شیار با روش زیرناحیه در [۵] تا [۷]، ضریب کارتر در [۱۴]، پرمانس نسبی در [۱۵]، پرمانس نسبی مختلط در [۱۶] و تبدیل شوارتز کریستوفل در [۱۷] در نظر گرفته شده است. از معایب روش پرمانس نسبی این است که در این روش، چگالی شار مماسی قابل محاسبه نیست. از طرفی در روش پرمانس نسبی مختلط هر دو مؤلفه شعاعی و مماسی چگالی شار فاصله هوایی قابل محاسبه است اما زمان محاسبات در آن بسیار زیاد می‌باشد. در این مقاله اثر شیار با استفاده از روش زیرناحیه در نظر گرفته شده است. روش زیرناحیه روش جدیدتری نسبت به سایر روش‌ها بوده و از دقت بالایی برخوردار است.

از روش تحلیلی دوبعدی برای ماشین‌های بدون شیار و شیاردار با آهن‌ربای روی سطح [۱۸] و داخل سطح [۶] به منظور به دست آوردن مقادیر مهم ماشین استفاده شده است. بسیاری از مقاله‌های ذکرشده بر ساختار روتور داخلی متمرکز شده‌اند و تنها تعداد کمی از آنها مدل تحلیلی دوبعدی را برای روتور بیرونی ارائه می‌دهند [۷]. در [۱۹] یک مدل تحلیلی دوبعدی برای ماشین بدون جاروبک DC با الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی با استفاده از روش زیرناحیه ارائه شده است. هدف از این مقاله ارائه یک مدل تحلیلی دوبعدی برای ماشین سنکرون آهن‌ربای دایم روتور بیرونی با سه الگوی مختلف مغناطیس‌کنندگی شعاعی، موازی و هالباخ است. این مدل با استفاده از روش زیردامنه و بر اساس حل معادلات مشتق جزئی حاصل‌شده از معادلات ماکسول به دست آمده است.

در بخش دوم، روابط تحلیلی جهت مدل‌سازی بر حسب پارامترهای مختلف ماشین مورد نظر استخراج شده است. در بخش سوم، مشخصات ماشین سنکرون آهن‌ربای دایم روتور بیرونی مورد نظر بیان شده که جهت اعتبارسنجی مدل تحلیلی، مقایسه نتایج تحلیلی به دست آمده با مقادیر حاصل از روش المان محدود نیز ارائه گردیده است. نتیجه‌گیری مقاله در بخش چهارم بیان شده است.

## ۲- استخراج مدل تحلیلی دوبعدی

در این مقاله به منظور مدل‌سازی استاتیکی از روش تحلیلی و روش زیرناحیه استفاده شده است. با توجه به متقارن بودن ماشین حول دوران، از تحلیل دوبعدی استفاده شده است. جهت حل تحلیلی ابتدا با در نظر گرفتن یک دسته فرضیات، فضای هندسی ماشین به تعدادی زیرفضا

1. Brushless DC

2. Brushless AC

جدول ۱: شرایط مرزی برای ماشین آهن‌ربای دایم روتور بیرونی با آهن‌ربای روی سطح.

ناحیه مورد نظر	محل شرط مرزی	معادلات	ناحیه II	ناحیه I
$\left  \theta - \alpha - \frac{k\pi}{p} \right  \leq \frac{\alpha_r \pi}{2p}$	$R = R_r$	$H_\theta^{m,k}(r, \theta) = 0$	آهن‌ربا	یوغ روتور
$\left  \theta - \alpha - \frac{k\pi}{p} \right  \leq \frac{\alpha_r \pi}{2p}$	$r = R_m$	$B_r^a(r, \theta) = B_r^m(r, \theta)$	فاصله هوایی	آهن‌ربا
$\left  \theta - \alpha - \frac{k\pi}{p} \right  \leq \frac{\alpha_r \pi}{2p}$	$r = R_m$	$H_\theta^a(r, \theta) = H_\theta^m(r, \theta)$	فاصله هوایی	آهن‌ربا
$\theta_j - \frac{\beta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\beta}{\gamma}$	$r = R_s$	$B_r^a(r, \theta) = B_r^{so,j}(r, \theta)$	دهانه شیار	فاصله هوایی
$\left\{ \begin{array}{l} \theta_j - \frac{\beta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\beta}{\gamma} \\ \text{otherwise} \end{array} \right.$	$r = R_s$	$H_\theta^a(r, \theta) = \begin{cases} \sum_{j=1}^Q H_\theta^{so,j}(r, \theta) \\ \cdot \end{cases}$	دهانه شیار	فاصله هوایی
$\theta_j - \frac{\beta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\beta}{\gamma}$	$r = R_{so}$	$B_r^{sl,j}(r, \theta) = B_r^{so,j}(r, \theta)$	شیار	دهانه شیار
$\left\{ \begin{array}{l} \theta_j - \frac{\delta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j - \frac{\beta}{\gamma} \\ \theta_j - \frac{\beta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\beta}{\gamma} \\ \theta_j + \frac{\beta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\delta}{\gamma} \end{array} \right.$	$r = R_{so}$	$H_\theta^{sl,j}(r, \theta) = \begin{cases} \cdot \\ H_\theta^{so,j}(r, \theta) \\ \cdot \end{cases}$	شیار	دهانه شیار
$R_s \leq r \leq R_{so}$	$\theta = \theta_j \pm \frac{\beta}{\gamma}$	$H_r^{so,j}(r, \theta) = 0$	لبه دندانه	دهانه شیار
$R_{so} \leq r \leq R_{sl}$	$\theta = \theta_j \pm \frac{\delta}{\gamma}$	$H_r^{sl,j}(r, \theta) = 0$	دندانه استاتور	شیار
$\theta_j - \frac{\delta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\delta}{\gamma}$	$R = R_{sl}$	$H_\theta^{sl,j}(r, \theta) = 0$	یوغ استاتور	شیار

$$J_r^j(t) = \frac{J_l^j(t) + J_r^j(t)}{2} \tag{۸}$$

$$J_v^j(t) = \frac{J_l^j(t) - J_r^j(t)}{\frac{\pi v}{2}} \sin \frac{\pi v}{2} \tag{۹}$$

$$J_r(t) = [J_r^1(t) \ J_r^2(t) \ \dots \ J_r^Q(t)] = \frac{k_f}{A_c} i(t) \times C_r \tag{۱۰}$$

$$i(t) = [i_1(t) \ i_2(t) \ \dots \ i_q(t)]$$

$$C_r(i, j) = \begin{cases} \frac{C(i, j) + |C(i, j)|}{2} & \text{if } -1 \leq C(i, j) \leq 1 \\ 1 & \text{if } C(i, j) = 2 \\ -1 & \text{if } C(i, j) = -2 \end{cases}$$

بردار مغناطیس‌کنندگی آهن‌ربای دایم در تحلیل دوبعدی است که  $r^{\wedge}$  و  $\theta^{\wedge}$  به ترتیب بردارهای واحد شعاعی و مماسی هستند.  $M_r$  و  $M_\theta$  به ترتیب مؤلفه‌های شعاعی و مماسی بردار مغناطیس‌کنندگی آهن‌ربای دایم می‌باشند و بسط سری فوریه آن از (۱۲) به دست می‌آید که در آن  $\theta$  زاویه فضایی نسبت به قاب ثابت استاتور و  $\alpha$  موقعیت زاویه‌ای روتور (برابر  $m + \alpha$ ) است. در این مقاله از سه الگوی مختلف مغناطیس‌کنندگی آهن‌ربای دایم شعاعی، موازی و هالباخ استفاده گردیده و معادلات مربوط به این سه الگوی مختلف در جدول ۲ ارائه شده است

به منظور ارتباط دادن جریان فازها به چگالی جریان در هر شیار، از ماتریس اتصال  $C$  استفاده شده است. این ماتریس  $Q$  ستون و  $q$  (تعداد فاز) سطر دارد که هر درایه آن اعداد  $0, 1, -1, 2, -2$  را می‌تواند به خود اختصاص دهد. در این ماتریس درایه  $0$  به معنی عدم وجود ارتباطی بین فاز  $k = 1, \dots, q$  و شیار  $j = 1, \dots, Q$  است. درایه  $1$  یا  $-1$  به ترتیب به معنای قراردادن یا برگشت یکی از سیم‌پیچ‌های فاز  $k$  در شیار  $j$  می‌باشد. درایه  $2$  یا  $-2$  به ترتیب به معنای قرارگیری رفت یا برگشت دو سیم‌پیچ فاز  $k$  در شیار  $j$  است. با توجه به ساختار سیم‌بندی در این مقاله، ماتریس  $C$  و بسط سری فوریه چگالی جریان آرمیچر به صورت (۶) و (۷) تا (۱۰) به دست می‌آید [۵]. در این رابطه  $J_r^j(t)$  و  $J_l^j(t)$  به ترتیب چگالی جریان سیم‌پیچ در زمان  $t$  واقع در دو سمت راست و چپ شیار  $j$  (مشاهده از مرکز ماشین) است و به صورت (۱۰) و (۱۱) قابل بیان هستند که  $k_f$  در آن ضریب پرشدگی شیار و  $A_c$  نیز سطح مقطع سیم می‌باشد

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \tag{۶}$$

$$J^j(\theta, t) = J_r^j(t) + \sum_{v=1}^{\infty} J_v^j(t) \cos\left(\frac{\pi v}{\delta}(\theta - \theta_j + \frac{\delta}{\gamma})\right) \tag{۷}$$

$$, \theta_j - \frac{\delta}{\gamma} \leq \theta \leq \theta_j + \frac{\delta}{\gamma}$$

جدول ۲: معادلات مربوط به الگوهای مختلف مغناطیسی.

الگوی هالبخ	الگوی موازی	الگوی شعاعی	ضریب تبدیل فوریه
$\begin{cases} -\frac{\varphi w \alpha_p^\varphi \cos \frac{w \pi \alpha_p}{\varphi \alpha_r}}{\pi \alpha_r^\varphi \left[ 1 - \left( \frac{w \alpha_p}{\alpha_r} \right)^\varphi \right]}, & w \alpha_p \neq \alpha_r \\ -\frac{1}{w}, & w \alpha_p = \alpha_r \end{cases}$	$-\frac{\alpha_p}{\alpha_r} [A_w - B_w]$	.	<p>مؤلفه مماسی</p> $M_{\theta w}^k = C_w \times$
$\begin{cases} \frac{\varphi \alpha_p^\varphi \cos \frac{w \pi \alpha_p}{\varphi \alpha_r}}{\pi \alpha_r^\varphi \left[ 1 - \left( \frac{w \alpha_p}{\alpha_r} \right)^\varphi \right]}, & w \alpha_p \neq \alpha_r \\ \frac{1}{w}, & w \alpha_p = \alpha_r \end{cases}$	$\frac{\alpha_p}{\alpha_r} [A_w + B_w]$	<p>مؤلفه شعاعی</p> $M_{rw}^k = C_w \times \frac{\varphi}{w \pi} \sin \frac{w \pi \alpha_p}{\varphi \alpha_r}$	
$C_w = (-1)^{\frac{w-1}{\varphi} + k} \frac{B_{rem}}{\mu}$	$B_w = \begin{cases} \frac{\sin \left( \left( \frac{pw}{\alpha_r} - 1 \right) \frac{\pi \alpha_p}{\varphi p} \right)}{\left( \frac{pw}{\alpha_r} - 1 \right) \frac{\pi \alpha_p}{\varphi p}}, & pw \neq \alpha_r \\ 1, & pw = \alpha_r \end{cases}$	$A_w = \frac{\sin \left( \left( \frac{pw}{\alpha_r} + 1 \right) \frac{\pi \alpha_p}{\varphi p} \right)}{\left( \frac{pw}{\alpha_r} + 1 \right) \frac{\pi \alpha_p}{\varphi p}}$	<p>ضرایب</p>

جدول ۳: بردار پتانسیل مغناطیسی برای هر زیرناحیه.

زیرناحیه	بردار پتانسیل مغناطیسی
شیار	$A_z^{sl,j}(r, \theta) = \frac{\mu J^j}{\varphi} (\varphi R_{sl}^\varphi \ln r - r^\varphi) + \sum_{v=1}^{\infty} \left[ a_v^{sl,j} \left( \frac{R_{sl}}{R_{so}} \right)^{\frac{\pi v}{\delta}} \times \frac{R_{sl}}{r} \frac{\pi v}{\delta} + \frac{r}{R_{so}} \frac{\pi v}{\delta} \right] + \frac{\mu J^j}{\left( \frac{\pi v}{\delta} \right)^\varphi - \varphi} \left( r^\varphi + \frac{\varphi R_{sl}}{\pi v} \frac{R_{sl}}{r} \frac{\pi v}{\delta} \right) \cos \left[ \frac{\pi v}{\delta} \left( \theta - \theta_j + \frac{\delta}{\varphi} \right) \right]$
دهانه شیار	$A_z^{so,j}(r, \theta) = b^{so,j} \ln r + \sum_{u=1}^{\infty} \left[ a_u^{so,j} \left( \frac{r}{R_s} \right)^{\frac{\pi u}{\beta}} + b_u^{so,j} \left( \frac{R_{so}}{r} \right)^{\frac{\pi u}{\beta}} \right] \cos \left[ \frac{\pi u}{\beta} \left( \theta - \theta_j + \frac{\beta}{\varphi} \right) \right]$
فاصله هوایی	$A_z^a(r, \theta) = \sum_{w=1}^{\infty} \left\{ \left[ a_w^a \frac{r^w}{R_s} + b_w^a \frac{R_m^w}{r} \right] \cos(w\theta) + \left[ c_w^a \frac{r^w}{R_s} + d_w^a \frac{R_m^w}{r} \right] \sin(w\theta) \right\}$
آهن‌ریا	$A_z^m(r, \theta) = \sum_{w=1}^{\infty} \left\{ \left[ b_w^m \left( \frac{R_m^w}{r} + \frac{R_r^w}{R_r} \times \frac{r^w}{R_r} \right) - \xi_{w\varphi} R_r \frac{r^w}{R_r} - k_w r \right] \sin(w\alpha) \cos(w\theta) \right. \\ \left. + \left[ d_w^m \left( \frac{R_m^w}{r} + \frac{R_r^w}{R_r} \times \frac{r^w}{R_r} \right) + \xi_{w\varphi} R_r \frac{r^w}{R_r} + k_w r \right] \cos(w\alpha) \sin(w\theta) \right\}$

$$A(r, \theta) = \sum_{x=1}^{\infty} [(A_x r^x + B_x r^{-x}) \times (C_x \cos x\theta + D_x \sin x\theta)] \quad (13)$$

$$+ (A \ln r + B) \times (C \theta + D)$$

بردار چگالی شار در مختصات قطبی از طریق (۱۴) به پتانسیل برداری مغناطیسی مرتبط می‌گردد و این بردار برای زیرناحیه‌های مختلف در جدول ۴ ارائه شده است

$$B_r(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} \quad (14)$$

$$B_\theta(r, \theta) = -\frac{\partial A_z}{\partial r}$$

با اعمال شرایط مرزی ردیف اول و دوم جدول ۱ به بردار پتانسیل مغناطیسی در ناحیه فاصله هوایی، ضرایب بسط فوریه فاصله هوایی بر حسب ضرایب آهن‌ریا به صورت روابط زیر به دست می‌آید. روابط مربوط به متغیرهای  $\xi_{111}$ ،  $\xi_{112}$  و  $\xi_{113}$  در پیوست آمده‌اند

$$J_l(t) = [J_l^1(t) \ J_l^2(t) \ \dots \ J_l^o(t)] = \frac{k_f}{A_c} i(t) \times C_l$$

$$C_l(i, j) = \begin{cases} \frac{C(i, j) - |C(i, j)|}{2} & \text{if } -1 \leq C(i, j) \leq 1 \\ 1 & \text{if } C(i, j) = 2 \\ -1 & \text{if } C(i, j) = -2 \end{cases} \quad (11)$$

$$M_r^k(\theta) = \sum_{w=1, \varphi, \dots}^{\infty} M_{rw}^k \sin \left( \frac{wp}{\alpha_r} \left( \theta - \alpha - \frac{k\pi}{p} + \frac{\alpha_r \pi}{\varphi p} \right) \right) \quad (12)$$

$$M_\theta^k(\theta) = \sum_{w=1, \varphi, \dots}^{\infty} M_{\theta w}^k \cos \left( \frac{wp}{\alpha_r} \left( \theta - \alpha - \frac{k\pi}{p} + \frac{\alpha_r \pi}{\varphi p} \right) \right)$$

با توجه به فرم کلی جواب عمومی برای محاسبه پتانسیل برداری مغناطیسی برای ماشین سنکرون مغناطیس دائم روتور بیرونی که به فرم (۱۳) می‌باشد، پتانسیل برداری مغناطیسی برای هر زیرناحیه در جدول ۳ به دست آورده شده است

جدول ۴: مؤلفه شعاعی و مماسی چگالی شار مغناطیسی برای هر زیرناحیه.

ناحیه	مؤلفه‌های مماسی و شعاعی چگالی شار
شیار	$B_r^{sl,j}(r,\theta) = -\sum_{v=1}^{\infty} \frac{\pi v}{\delta} \left[ a_v^{sl,j} \left( \frac{R_{sl}}{R_{so}} \right)^{\frac{\pi v}{\delta}-1} \times \frac{R_{sl}}{r} + \frac{r}{R_{so}} \right] + \frac{\mu_r J_v^j}{(\frac{\pi v}{\delta})^r - \epsilon} \left( r + \frac{r R_{sl}}{R_{so}} \right) \sin \left[ \frac{\pi v}{\delta} (\theta - \theta_j + \frac{\delta}{2}) \right]$
دهانه	$B_r^{so,j}(r,\theta) = -\sum_{u=1}^{\infty} \frac{\pi u}{\beta} \left[ a_u^{so,j} \times \frac{r}{R_s} + \frac{b_u^{so,j}}{R_{so}} \times \frac{R_{so}}{r} \right] \sin \left[ \frac{\pi u}{\beta} (\theta - \theta_j + \frac{\beta}{2}) \right]$
فاصله	$B_r^a(r,\theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ \left[ \frac{a_n^a}{R_m} \frac{r}{R_m} + \frac{b_n^a}{R_s} \frac{R_s}{r} \right] \sin(n\theta) - \left[ \frac{c_n^a}{R_m} \frac{r}{R_m} + \frac{d_n^a}{R_s} \frac{R_s}{r} \right] \cos(n\theta) \right\}$
هوایی	$B_\theta^a(r,\theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ \left[ \frac{a_n^a}{R_m} \frac{r}{R_m} - \frac{b_n^a}{R_s} \frac{R_s}{r} \right] \cos(n\theta) + \left[ \frac{c_n^a}{R_m} \frac{r}{R_m} - \frac{d_n^a}{R_s} \frac{R_s}{r} \right] \sin(n\theta) \right\}$
آهن‌ربا	$B_r^m(r,\theta) = -\sum_{w=1}^{\infty} w \left\{ \left[ \frac{b_w^m}{R_m} \left( \frac{R_m}{r} + \frac{R_m}{R_r} \times \frac{r}{R_r} \right) - \xi_{w1} \frac{r}{R_r} - k_w \right] \sin(w\alpha) \sin(w\theta) \right. \\ \left. - \left[ \frac{d_w^m}{R_m} \left( \frac{R_m}{r} + \frac{R_m}{R_r} \times \frac{r}{R_r} \right) + \xi_{w1} \frac{r}{R_r} + k_w \right] \cos(w\alpha) \cos(w\theta) \right\}$
	$B_\theta^m(r,\theta) = -\sum_{w=1}^{\infty} w \left\{ \left[ \frac{b_w^m}{R_m} \left( \frac{R_m}{r} - \frac{R_m}{R_r} \times \frac{r}{R_r} \right) + \xi_{w1} \frac{r}{R_r} - \frac{1}{w} \frac{dk_w}{dr} \right] \sin(w\alpha) \cos(w\theta) \right. \\ \left. + \left[ \frac{d_w^m}{R_m} \left( \frac{R_m}{r} - \frac{R_m}{R_r} \times \frac{r}{R_r} \right) - \xi_{w1} \frac{r}{R_r} + \frac{1}{w} \frac{dk_w}{dr} \right] \cos(w\alpha) \sin(w\theta) \right\}$

گشتاور رلوکتانسی است. بر اساس تئوری ماکسول که بیان می‌دارد مجموع نیروهای وارد بر یک جسم سخت واقع در یک میدان الکترومغناطیسی با انتگرال‌گیری از تنش مغناطیسی در یک سطح بسته اطراف آن جسم به دست می‌آید، گشتاور لحظه‌ای از (۱۹) محاسبه می‌شود.  $R_{Air}$  شعاع یک سطح بسته در فاصله هوایی است

$$T(t) = T_{cog}(t) + T_{em}(t) + T_{rel}(t) \tag{19}$$

$$T(t) = \iint \frac{1}{\mu} B_r B_\theta ds = \frac{L_s R_{Air}^r}{\mu} \times \int_{-\pi}^{\pi} (B_{r,PM}^a B_{\theta,PM}^a + B_{r,AR}^a B_{\theta,PM}^a + B_{r,PM}^a B_{\theta,AR}^a + B_{r,AR}^a B_{\theta,AR}^a) \Big|_{r=R_{Air}} d\theta \tag{20}$$

در (۱۹) جزء اول که صرفاً ناشی از چگالی شار آهن‌ربای دائم و اثر شیارهای استاتور می‌باشد گشتاور دندانه‌ای نامیده می‌شود و این مؤلفه گشتاور معمولاً بر اثر وجود شیار در روی استاتور تولید می‌گردد. مجموع اجزای دوم و سوم که در اثر فعل و انفعال بین میدان‌های ناشی از آهن‌ربای دائم و اثر عکس‌العمل آرمیچر به وجود می‌آید، مؤلفه متقابل گشتاور نامیده می‌شود. جزء آخر که تنها بر اثر چگالی شار ناشی از اثر عکس‌العمل آرمیچر تولید می‌شود، مؤلفه رلوکتانسی گشتاور است. گشتاور رلوکتانسی به دلیل برجستگی‌های روتور به وجود می‌آید.

### ۲-۲ نیروی ضد محرکه الکتریکی

جهت محاسبه نیروی ضد محرکه الکتریکی در هر فاز، محاسبه شار پیوندی (تنها ناشی از اثر آهن‌ربای دائم) برای هر سیم‌پیچی ضروری است. نیروی ضد محرکه الکتریکی و شار مغناطیسی عبوری از یکی از دندانه‌های استاتور (سطح abcdef که در شکل ۱ نشان داده شده است) را

$$b_w^a = \frac{R_m^w}{2R_s^w} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{1}{\mu_r} \right) + \left( 1 - \frac{1}{\mu_r} \right) \left( \frac{R_m}{R_r} \right)^{2w} \right] \right. \\ \left. \times b_w^m - R_m [\xi_{w\tau} + \xi_{w\pi}] \right\} \sin(w\alpha) \tag{15}$$

$$a_w^a = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{1}{\mu_r} \right) + \left( 1 + \frac{1}{\mu_r} \right) \left( \frac{R_m}{R_r} \right)^{2w} \right] b_w^m \right. \\ \left. - R_m \left[ 2\xi_{w\pi} \left( \frac{R_m}{R_r} \right)^{w+1} + \xi_{w\tau} - \xi_{w\pi} \right] \right\} \sin(w\alpha) \tag{16}$$

$$d_w^a = \frac{R_m^w}{2R_s^w} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{1}{\mu_r} \right) + \left( 1 - \frac{1}{\mu_r} \right) \left( \frac{R_m}{R_r} \right)^{2w} \right] d_w^m \right. \\ \left. + R_m [\xi_{w\tau} + \xi_{w\pi}] \right\} \cos(w\alpha) \tag{17}$$

$$c_w^a = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{1}{\mu_r} \right) + \left( 1 + \frac{1}{\mu_r} \right) \left( \frac{R_m}{R_r} \right)^{2w} \right] b_w^m \right. \\ \left. + R_m \left[ 2\xi_{w\pi} \left( \frac{R_m}{R_r} \right)^{w+1} + \xi_{w\tau} - \xi_{w\pi} \right] \right\} \cos(w\alpha) \tag{18}$$

با توجه به روابط پتانسیل برداری مغناطیسی در هر زیرناحیه، تعداد ضرایب  $w = 1, \dots, W$  بوده که شامل  $b_w^m$  و  $d_w^m$  برای  $w = 1, \dots, W$  و  $a_u^{so,1} \dots a_u^{so,Q}$  برای  $u = 1, \dots, U$  و  $b_v^{sl,1} \dots b_v^{sl,Q}$  برای  $v = 1, \dots, V$  می‌باشد. نحوه به دست آمدن این ضرایب در پیوست مقاله آمده است.  $V$  و  $W$  به ترتیب تعداد هارمونیک‌های ناحیه شیار، دهانه شیار و فاصله هوایی و آهن‌ربا هستند.

### ۱-۲ گشتاور لحظه‌ای

گشتاور لحظه‌ای شامل سه مؤلفه گشتاور دندانه‌ای، گشتاور واکنشی و

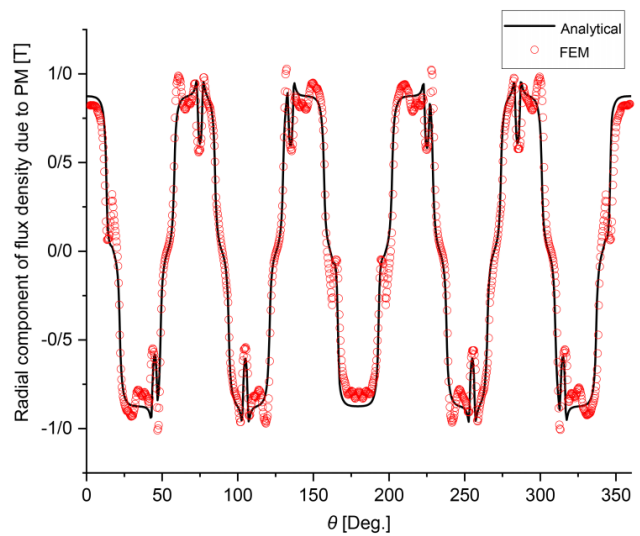
جدول ۵: پارامترهای موتور.

پارامترها	واحد	علامت	مقدار
سهم زاویه‌ای دهانه شیارها	rad	$\beta$	۰٫۱
سهم زاویه‌ای شیارها	rad	$\delta$	۰٫۲۸
نسبت یوغ روتور به گام قطب	-	$\alpha_r$	۰٫۷۵
نسبت کمان آهن‌ریا به گام قطب	-	$\alpha_p$	۰٫۷۵
طول محوری روتور	mm	$L_s$	۱۶٫۵
تعداد هارمونیک‌های زیردامنه‌ها	-	$W, V, U$	۷۰
نفوذپذیری مغناطیسی نسبی آهن‌ریا	-	$\mu_r$	۱٫۰۵
شعاع آهن‌ریا	mm	$R_m$	۲۴
شعاع بیرونی شیارها	mm	$R_{st}$	۶
شعاع استاتور	mm	$R_s$	۲۳٫۵
شعاع بیرونی دهانه شیارها	mm	$R_{so}$	۲۲
شعاع یوغ روتور	mm	$R_r$	۲۶٫۵
تعداد فازها	-	$q$	۳
تعداد شیارها	-	$Q$	۱۲
تعداد جفت قطب‌ها	-	$p$	۵
سرعت	rad/min	$n$	۲۰۰۰

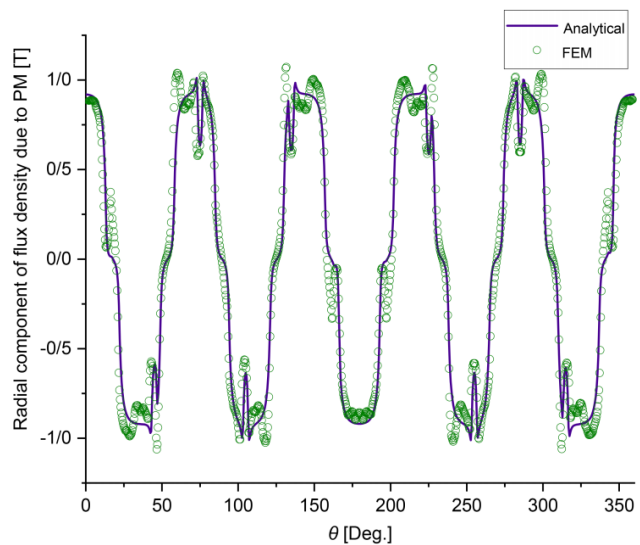
در این رابطه  $r'$  و  $\theta'$  متغیرهای ساختگی برای انتگرال است. با استفاده از قانون فارادی و شار مغناطیسی محاسبه‌شده ناشی از آهن‌ریا برای هر دندانه، نیروی ضد محرکه الکتریکی ناشی از سیم‌پیچ  $Z$  به دست می‌آید.

### ۳- بحث و نتیجه

اعتبارسنجی روش تحلیلی برای این نوع ماشین با مدل‌سازی یک موتور ۱۲ شیار و ۱۰ قطب توسط روش عددی و تحلیلی صورت گرفته است. پارامترهای مشخص‌کننده ماشین که برای بررسی دقت مدل‌سازی در حالت ماشین روتور بیرونی با شیار مورد استفاده قرار گرفته در جدول ۵ آمده است. ساختار سیم‌بندی استفاده‌شده در این ماشین در شکل ۱ نشان داده شده و همان‌طور که مشاهده می‌شود، ساختار سیم‌بندی غیر روی هم و دولایه است. جریان در این موتور سینوسی با دامنه ۹٫۷ آمپر می‌باشد. یکی از مؤلفه‌های مورد بررسی، شار فاصله هوایی است. شار فاصله هوایی از این دید مهم است که پایه اصلی محاسبات سایر کمیت‌ها می‌باشد، لذا با به دست آوردن این مؤلفه با دقت کافی می‌توان اطمینان حاصل کرد که دیگر مؤلفه‌ها دارای دقت مطلوبی هستند. شار فاصله هوایی از دو منبع آهن‌ریا و جریان اعمال‌شده به سیم‌پیچی آرمیچر حاصل می‌شود. توزیع مؤلفه شعاعی و مماسی چگالی شار در وسط فاصله هوایی حاصل از جریان آرمیچر و سه الگوی مختلف مغناطیس‌کنندگی آهن‌ریا در شکل‌های ۲ تا ۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۲ دیده می‌شود، در مکان‌هایی که آهن‌ریا کاملاً روبه‌روی دندانه قرار گیرد، شار عمدتاً در راستای شعاع گسترش می‌یابد و مؤلفه شعاعی شار مقدار بیشتری نسبت به مؤلفه مماسی دارد. حال اگر آهن‌ریا مقابل شیار قرار گیرد، مؤلفه مماسی شار افزایش یافته و مؤلفه شعاعی شار کاهش می‌یابد. الگوی مغناطیسی شعاعی در مختصات قطبی تنها در راستای شعاع، دارای مقدار است و به همین علت مؤلفه شعاعی یک دست‌تری نسبت به دیگر الگوها دارد. در حالت الگوی هالباخ تمرکز در مرکز آهن‌ریا است، لذا بیشینه شار در روبه‌روی مرکز آهن‌ریا از دیگر الگوها بیشتر است. مؤلفه شعاعی شار در الگوی مغناطیس‌کنندگی موازی دارای بیشینه‌ای در حدود (البته اندکی بیشتر) الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی است. در الگوی هالباخ به علت این که بیشتر شار عبوری در راستای شعاع است،



شکل ۲: مؤلفه شعاعی شار ناشی از آهن‌ریا با الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی.



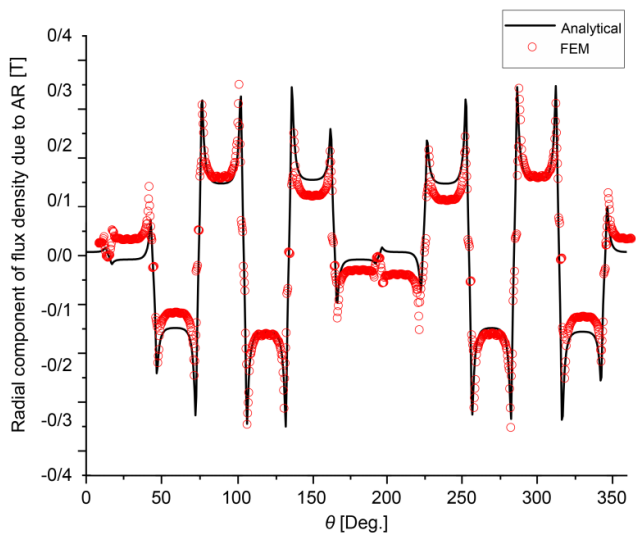
شکل ۳: مؤلفه شعاعی شار ناشی از آهن‌ریا با الگوی مغناطیس‌کنندگی موازی.

می‌توان به ترتیب با استفاده از (۲۱) و (۲۲) محاسبه کرد. در (۲۱)،  $N_r$  نشان‌دهنده تعداد دورهای هر کلاف و  $n$  سرعت زاویه‌ای روتور است

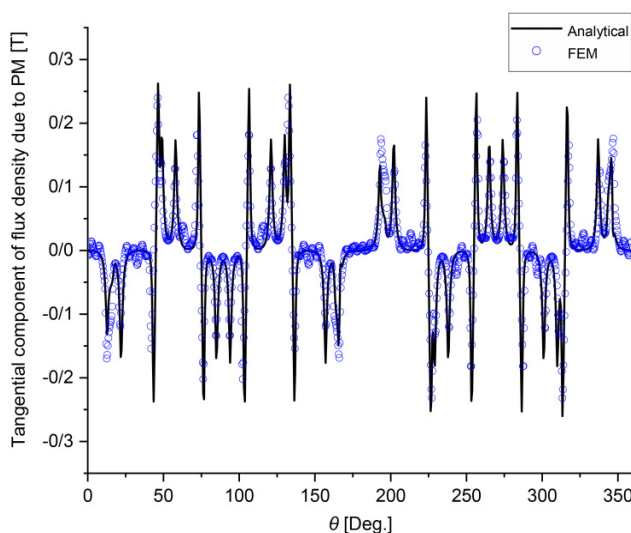
$$E_j = -N_r n \frac{d\phi_j}{d\alpha} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \phi_j(\alpha) = & R_{so} L \int_{\delta_{j+1} - \frac{\theta_l - \delta + \beta}{\gamma}}^{\delta_{j+1} - \frac{\theta_l}{\gamma}} B_r^{sl,j}(r, \theta', \alpha) \Big|_{r=R_{so}} d\theta' \\ & + L \int_{R_{so}}^{R_s} B_{\theta}^{so,j}(r, \theta', \alpha) \Big|_{\theta=\delta_{j+1} - \frac{\theta_l}{\gamma}} dr' \\ & + R_s L \int_{\delta_{j+1} - \frac{\theta_l}{\gamma}}^{\delta_{j+1} + \frac{\theta_l}{\gamma}} B_r^a(r, \theta', \alpha) \Big|_{r=R_s} d\theta' \quad (22) \\ & + L \int_{R_s}^{R_{so}} B_{\theta}^{so,j+1}(r, \theta', \alpha) \Big|_{\theta=\delta_{j+1} + \frac{\theta_l}{\gamma}} dr' \\ & + R_{so} L \int_{\delta_{j+1} + \frac{\theta_l}{\gamma}}^{\delta_{j+1} + \frac{\theta_l - \delta + \beta}{\gamma}} B_r^{sl,j+1}(r, \theta', \alpha) \Big|_{r=R_{so}} d\theta' \end{aligned}$$

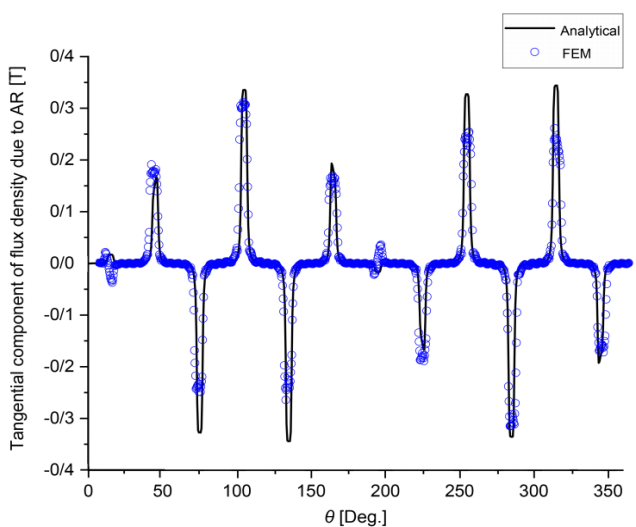




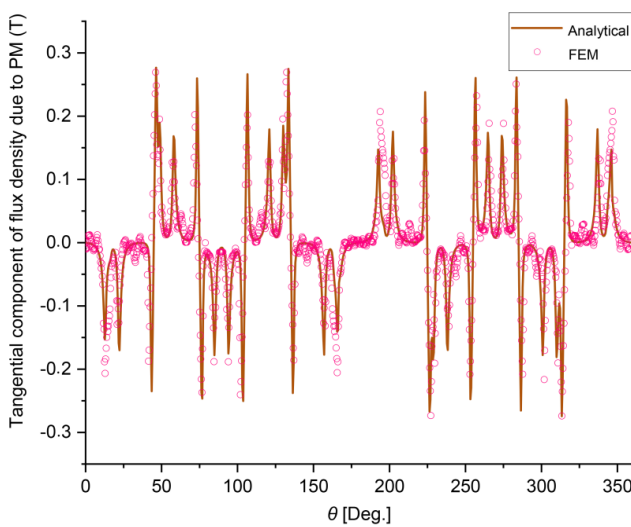
شکل ۷: مؤلفه شعاعی شار ناشی از آرمیچر در وسط فاصله هوایی.



شکل ۴: مؤلفه مماسی شار ناشی از آهن‌ربا با الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی.



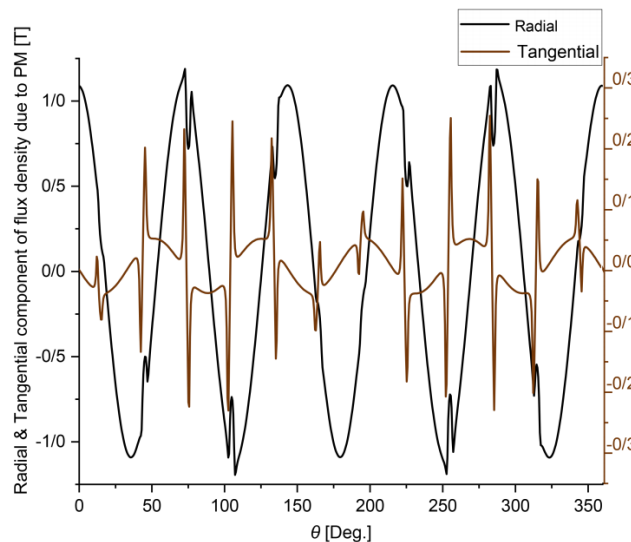
شکل ۸: مؤلفه مماسی شار ناشی از آرمیچر در وسط فاصله هوایی.



شکل ۵: مؤلفه مماسی شار ناشی از آهن‌ربا با الگوی مغناطیس‌کنندگی موازی.

دو شکل ۷ و ۸ نشان داده شده است. مکان‌هایی از فاصله هوایی که سیم‌پیچی فاز A روبه‌روی آن قرار دارد، به علت صفر بودن جریان سیم‌پیچی فاز A مقدار شار بسیار کوچک است. همچنین به دلیل منفی بودن جریان سیم‌پیچی فاز B و مثبت بودن جریان سیم‌پیچی فاز C، مؤلفه شعاعی شار ناشی از آن در مکان‌هایی از فاصله هوایی که روبه‌روی آنها قرار دارد، به ترتیب منفی و مثبت است. حال در مکان‌هایی که سیم‌پیچی درون شیار روبه‌روی آهن‌ربا قرار می‌گیرد، به علت ضریب نفوذپذیری مغناطیسی برابر آهن‌ربا با هوا، شار در راستای شعاعی کاهش یافته و شار عبوری در راستای مماسی افزایش می‌یابد، چرا که شار تمایل دارد از مسیری که رلوکتانس آن کمتر است عبور کند. به عنوان مثال در زاویه ۷۳ درجه ماشین نشان داده شده در شکل ۱، سیم‌پیچی فاز B روبه‌روی آهن‌ربا قرار دارد و در نتیجه رلوکتانس بالایی دارد. لذا شار ترجیح می‌دهد از محلی که رلوکتانس کمتری دارد عبور کند و این امر باعث افزایش مؤلفه مماسی نسبت به مؤلفه شعاعی گردیده که در شکل ۸ نشان داده شده است.

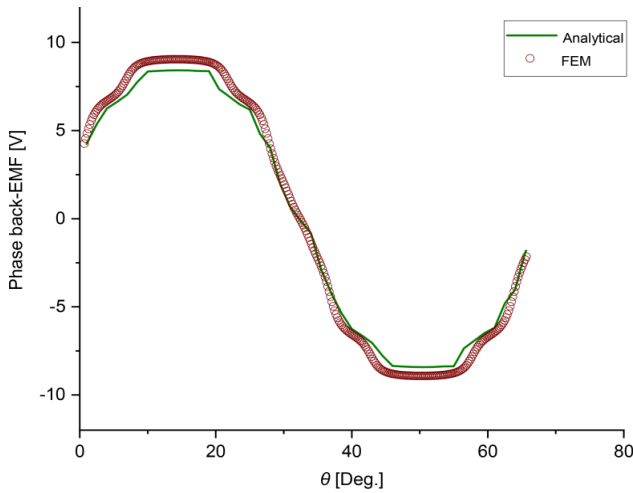
گشتاور لحظه‌ای از سه مؤلفه گشتاور اثر دندانه، گشتاور رلوکتانسی و گشتاور متقابل تشکیل گردیده است. همان طور که در شکل ۹ نشان داده شده، بیشترین و کمترین مقدار گشتاور به ترتیب ۱/۵۲ و ۱/۴۱ نیوتن‌متر بوده که ریبیل آن حدود ۸ درصد می‌باشد. در ماشین با آهن‌ربای روی



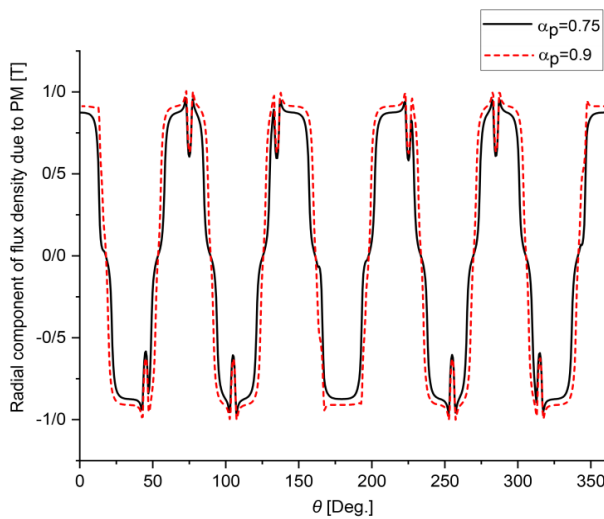
شکل ۶: مؤلفه شعاعی و مماسی شار ناشی از آهن‌ربا با الگوی مغناطیس‌کنندگی هالباخ.

مؤلفه مماسی شار مقدار دامنه کمتری نسبت به دو الگوی شعاعی و مماسی دارد.

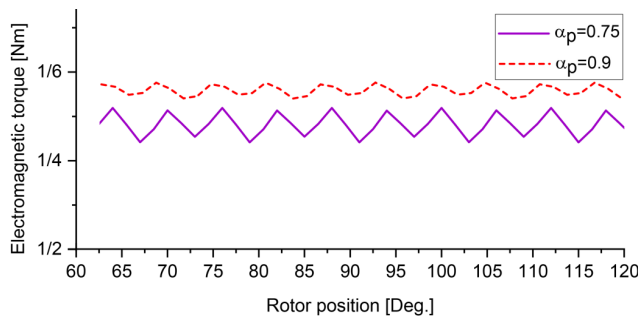
با اعمال جریان صفر به فاز A، جریان ۹/۷- آمپر به فاز B و جریان ۹/۷ آمپر به فاز C، شار حاصل از جریان آرمیچر در وسط فاصله هوایی در



شکل ۱۱: ولتاژ القایی فاز برای ماشین مورد نظر.



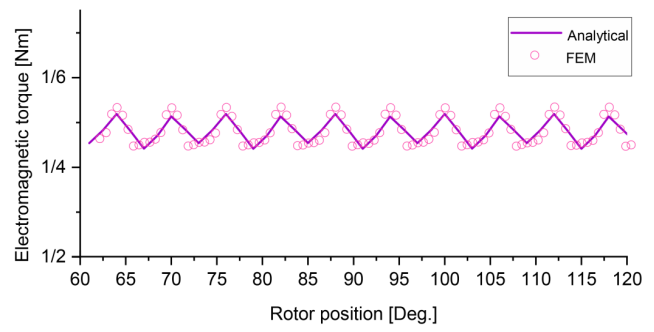
شکل ۱۲: مؤلفه شعاعی شار ناشی از آهن‌ریا برای ماشین (۱۰ قطب- ۱۲ شیار) با آهن‌ریای روی سطح با تغییر نسبت قوس قطب آهن‌ریا به قوس قطب.



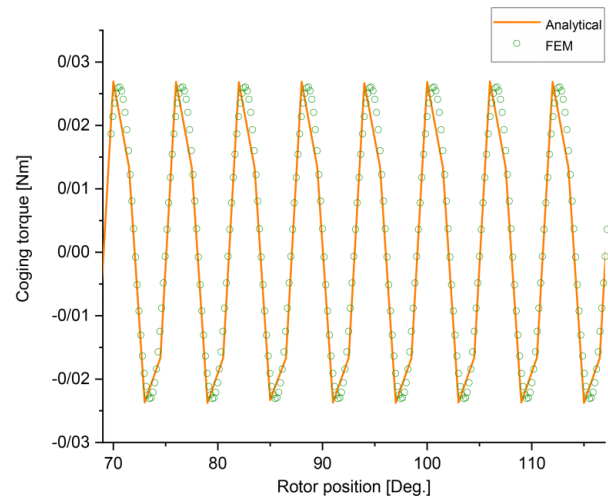
شکل ۱۳: گشتاور واکنشی برای ماشین (۱۰ قطب- ۱۲ شیار) با آهن‌ریای روی سطح با تغییر نسبت قوس قطب آهن‌ریا به قوس قطب.

عددی محاسبه و در جدول ۶ ارائه گردیده است. جهت یک مقایسه کلی، هر دو روش توسط یک سیستم core iv شبیه‌سازی شد. شبیه‌سازی روش پیشنهادی توسط نرم‌افزار MATLAB حدود ۳ دقیقه و شبیه‌سازی روش عددی با نرم‌افزار fem حدود ۲۴ دقیقه به طول انجامید. از آنجایی که در روش المان محدود برای تمام نقاط مش‌بندی انجام می‌شود، در نتیجه حل مسئله زمان بیشتری نسبت به روش تحلیلی می‌برد. لذا با توجه به درصد خطاهای پایین به دست آمده در جدول ۶ می‌توان در بسیاری از موارد از روش تحلیلی به جای روش عددی استفاده کرد.

با تغییر نسبت قوس قطب آهن‌ریا به گام قطب، حجم آهن‌ریا تغییر می‌کند که باعث تغییر در گشتاور خروجی ماشین می‌شود. با تغییر نسبت



شکل ۹: گشتاور واکنشی برای ماشین مورد نظر.



شکل ۱۰: گشتاور دندانه‌ای برای ماشین مورد نظر.

جدول ۶: میانگین مجموع اختلاف داده‌های نظیر در شکل موج‌های حاصل شده از روش تحلیلی و عددی.

درصد خطا	کمیت‌ها
۳٫۱۸	مؤلفه شعاعی شار ناشی از آهن‌ریا با الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی
۴٫۳۳	مؤلفه مماسی شار ناشی از آهن‌ریا با الگوی مغناطیس‌کنندگی شعاعی
۳٫۶۴	مؤلفه شعاعی شار ناشی از آهن‌ریا با الگوی مغناطیس‌کنندگی موازی
۵٫۷۲	مؤلفه مماسی شار ناشی از آهن‌ریا با الگوی مغناطیس‌کنندگی موازی
۵٫۴۳	گشتاور واکنشی
۴٫۳۸	گشتاور دندانه‌ای
۸٫۸۲	مؤلفه شعاعی شار ناشی از آرمیچر در وسط فاصله هوایی
۳٫۸۲	مؤلفه مماسی شار ناشی از آرمیچر در وسط فاصله هوایی
۴٫۱۲	ولتاژ القایی فاز

سطح چون ساختار روتور صاف و بدون برجستگی بوده، گشتاور رلوکتانسی صفر است. گشتاور دندانه‌ای نیز ناچیز بوده که مقایسه آن با نتایج تحلیلی و FEM در شکل ۱۰ ارائه شده است.

ولتاژ القایی تنها ناشی از اثر القای آهن‌ریاها بر روی سیم‌پیچ است که با چرخش روتور شار مغناطیسی از دید سیم‌پیچ تغییر می‌کند و تغییر شار باعث القای ولتاژ در سیم‌پیچ‌ها می‌شود. در شکل ۱۱ ولتاژ القایی فاز برای ماشین مورد نظر نشان داده شده است. دوره تناوب ولتاژ القایی از تقسیم ۳۶۰ درجه بر تعداد جفت قطب‌ها به دست می‌آید و همان طور که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، برای ماشین با ۵ جفت قطب، ۷۲ درجه می‌باشد. شکل ۱۲ مؤلفه شار ناشی از آهن‌ریا برای ماشین (۱۰ قطب- ۱۲ شیار)، با آهن‌ریای روی سطح را نشان می‌دهد.

جهت مقایسه کمی برای تعیین دقت و درصد خطا، میانگین مجموع اختلاف داده‌های نظیر در شکل موج‌های حاصل شده از روش تحلیلی و



$$\Gamma_{w,\lambda}^{r,PM} = P(w) \cos(w\alpha) \quad (۱۰-پ)$$

$$\Gamma_{w,\lambda}^{r,AR} = \sum_{j=1}^Q \eta_s(w, \cdot, j) b^{so,j} \quad (۱۱-پ)$$

$$\Lambda_{u+(j-1)U,w}^{r1} = E(w) \sin(w\alpha) \varepsilon_s(w, u, j) \quad (۱۲-پ)$$

$$\Lambda_{u+(j-1)U,w}^{r2} = -E(w) \cos(w\alpha) \varepsilon_c(w, u, j) \quad (۱۳-پ)$$

$$\Lambda_{u,u}^{rr} = \Lambda_{u,u}^{rr} = \frac{\pi u}{\beta} \left( \frac{R_{so}}{R_s} \right)^{\frac{\pi u}{\beta}} \quad (۱۴-پ)$$

$$\Lambda_{u,u}^{rr} = \Lambda_{u,u}^{rr} = \frac{\pi u}{\beta} \quad (۱۵-پ)$$

$$\Gamma_{u+(j-1)U,\lambda}^{r,PM} = \sum_{w=1}^W F(w) [\cos(w\alpha) \varepsilon_c(w, u, j) + \sin(w\alpha) \varepsilon_s(w, u, j)] \quad (۱۶-پ)$$

$$\Lambda_{u,v}^{ra} = -\frac{\pi v}{\delta} \left[ \left( \frac{R_{sl}}{R_{so}} \right)^{\frac{\pi v}{\delta}} + 1 \right] \gamma_s(u, v) \quad (۱۷-پ)$$

$$\Gamma_{u+(j-1)U,\lambda}^{r,AR} = \sum_{v=1}^V \frac{\pi v}{\delta} \frac{\mu_s J_v^j}{\left( \frac{\pi v}{\delta} \right)^r - \varphi} \times \left[ R_{sl}^r - \frac{r R_{so}^r}{\left( \frac{R_{sl}}{R_{so}} \right)^{\frac{\pi v}{\delta}}} \right] \gamma_s(u, v) \quad (۱۸-پ)$$

$$\Lambda_{v,u}^{dr} = -\frac{\pi u}{\beta} \gamma_c(u, v) \quad (۱۹-پ)$$

$$\Lambda_{v,u}^{dr} = \frac{\pi u}{\beta} \left( \frac{R_{so}}{R_s} \right)^{\frac{\pi u}{\beta}} \gamma_c(u, v) \quad (۲۰-پ)$$

$$\Lambda_{v,v}^{db} = \frac{\pi v}{\delta} \left[ \left( \frac{R_{sl}}{R_{so}} \right)^{\frac{\pi v}{\delta}} - 1 \right] \quad (۲۱-پ)$$

$$\Gamma_{v+(j-1)V,\lambda}^{d,AR} = \frac{-\mu_s J_v^j}{\left( \frac{\pi v}{\delta} \right)^r - \varphi} \times \left[ r R_{sl}^r - r R_{so}^r \left( \frac{R_{sl}}{R_{so}} \right)^{\frac{\pi v}{\delta}} \right] + \gamma_c(\cdot, v) b^{so,j} \quad (۲۲-پ)$$

$$\varepsilon_s(w, u, j) = \frac{r}{\beta} \int_{\theta_j - \frac{\beta}{r}}^{\theta_j + \frac{\beta}{r}} \sin(w\theta) \sin \left[ \frac{\pi u}{\beta} \left( \theta - \theta_j + \frac{\beta}{r} \right) \right] d\theta \quad (۲۳-پ)$$

$$\varepsilon_c(w, u, j) = \frac{r}{\beta} \int_{\theta_j - \frac{\beta}{r}}^{\theta_j + \frac{\beta}{r}} \cos(w\theta) \sin \left[ \frac{\pi u}{\beta} \left( \theta - \theta_j + \frac{\beta}{r} \right) \right] d\theta \quad (۲۴-پ)$$

$$\eta_s(w, u, j) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_j - \frac{\beta}{r}}^{\theta_j + \frac{\beta}{r}} \sin(w\theta) \cos \left[ \frac{\pi u}{\beta} \left( \theta - \theta_j + \frac{\beta}{r} \right) \right] d\theta \quad (۲۵-پ)$$

قوس قطب آهن‌ربا به گام قطب این ماشین از ۰٫۷۵ به ۰٫۸ در شکل ۱۳ (حالت اول با  $\alpha_p$  برابر ۰٫۷۵ با نام case ۱) و حالت دوم با  $\alpha_p$  برابر ۰٫۸ با نام case ۲ مشخص گردیده است) می‌توان مشاهده کرد که شار ناشی از آهن‌ربا افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۱۳ نشان داده شده است، بیشینه گشتاور از ۱٫۵۴ به ۱٫۶ نیوتن‌متر تغییر کرده و همچنین ریبیل گشتاور نیز از ۸ درصد به ۵٫۲ درصد کاهش یافته است.

### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، معادلات ماکسول در قالب روابط لاپلاس و پواسون برای هر زیرناحیه در دستگاه مختصات قطبی تعریف شد و یک مدل مغناطیسی تحلیلی دویعدی برای ماشین سنکرون مغناطیسی دایم روتور بیرونی با آهن‌ربای روی سطح ارائه گردید. در نهایت با اعمال شرایط مرزی و حل هم‌زمان معادلات جبری خطی، پارامترهای مهم ماشین از جمله توزیع چگالی شار مغناطیسی شعاعی و مماسی حاصل از آهن‌ربا با سه الگوی مختلف مغناطیس‌کنندگی و جریان آرمیچر، گشتاور واکنشی و ولتاژ القایی محاسبه و سپس با نتایج به دست آمده از روش عددی مقایسه گردید. نتایج به دست آمده دقت بالای روش تحلیلی ارائه‌شده را نشان می‌دهد.

### پیوست

با اعمال شرایط مرزی لیست‌شده در جدول ۱، معادلات لازم جهت به دست آوردن ضرایب بسط فوریه به فرم ماتریس زیر ارائه شده است

$$\begin{bmatrix} \Lambda^{11} & \cdot & \Lambda^{1r} & \Lambda^{1f} & \cdot \\ \cdot & \Lambda^{2r} & \Lambda^{2r} & \Lambda^{2f} & \cdot \\ \Lambda^{r1} & \Lambda^{rr} & \Lambda^{rr} & \Lambda^{rf} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \Lambda^{fr} & \Lambda^{ff} & \Lambda^{fd} \\ \cdot & \cdot & \Lambda^{dr} & \Lambda^{df} & \Lambda^{db} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_m \\ d_m \\ a_{so} \\ b_{so} \\ b_{sl} \end{bmatrix} \quad (۱-پ)$$

$$= \begin{bmatrix} \Gamma^{1,PM} \\ \Gamma^{r,PM} \\ \Gamma^{r,PM} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma^{1,AR} \\ \Gamma^{r,AR} \\ \cdot \\ \Gamma^{f,AR} \\ \Gamma^{d,AR} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{w,w}^{11} = L(w) \sin(w\alpha) \quad (۲-پ)$$

$$\Lambda_{w,u+(j-1)U}^{1f} = -\frac{\pi u}{\beta} \left( \frac{R_{so}}{R_s} \right)^{\frac{\pi u}{\beta}} \eta_c(w, u, j) \quad (۳-پ)$$

$$\Lambda_{w,u+(j-1)U}^{1r} = \frac{\pi u}{\beta} \eta_c(w, u, j) \quad (۴-پ)$$

$$\Gamma_{w,\lambda}^{1,PM} = -P(w) \sin(w\alpha) \quad (۵-پ)$$

$$\Gamma_{w,\lambda}^{1,AR} = \sum_{j=1}^Q \eta_c(w, u, j) b^{so,j} \quad (۶-پ)$$

$$\Lambda_{w,w}^{rr} = L(w) \cos(w\alpha) \quad (۷-پ)$$

$$\Lambda_{w,u+(j-1)U}^{rr} = -\frac{\pi u}{\beta} \left( \frac{R_{so}}{R_s} \right)^{\frac{\pi u}{\beta}} \eta_s(w, u, j) \quad (۸-پ)$$

$$\Lambda_{w,u+(j-1)U}^{rr} = \frac{\pi u}{\beta} \eta_s(w, u, j) \quad (۹-پ)$$

$$L(w) = \frac{w}{\gamma \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^w} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\mu_r}\right) + \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^{\gamma w} \right. \\ \left. - \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^{\gamma w} - \left(1 + \frac{1}{\mu_r}\right) \left(\frac{R_s}{R_r}\right)^{\gamma w} \right\} \quad (۳۶-پ)$$

$$P(w) = \frac{-wR_m}{\gamma \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^w} \left\{ -\gamma \xi_{w1} \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^{\gamma w} \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^{w-1} \right. \\ \left. + \xi_{w\tau} + \xi_{w\tau} - (\xi_{w\tau} - \xi_{w\tau}) \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^{\gamma w} \right\} \quad (۳۷-پ)$$

### مراجع

[۱] م. ر. علیزاده پهلوانی و ب. شیرالی، "طراحی تحلیلی چگالی شار مغناطیسی باردار و شار پیوندی در ماشین الکتریکی شار شعاعی مغناطیس دائم روتور دوگانه با هسته هوایی"، *الکترومغناطیس کاربردی*، سال ۳، شماره ۲، صص. ۳۴-۳۵، تابستان ۱۳۹۴.

[2] Z. Q. Zhu, D. Ishak, D. Howe, and J. Chen, "Unbalanced magnetic forces in permanent magnet brushless machines with diametrically asymmetric phase windings," *IEEE Trans. on Industry Application*, vol. 43, no. 6, pp. 1544-1553, Nov./Dec. 2007.

[3] D. Zarko, D. Ban, and T. A. Lipo, "Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 7, pp. 1828-1837, Jul. 2006.

[4] J. Hur, S. Yoon, D. Hwang, and D. Hyun, "Analysis of PMLSM using three dimensional equivalent magnetic circuit network method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 5, pp. 4143-4145, Sept. 1997.

[5] A. Rahideh and T. Korakianitis, "Analytical magnetic field calculation of slotted brushless PM machines with surface inset magnets," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 10, pp. 2633-2649, Oct. 2012.

[6] A. Vahaj, A. Rahideh, H. Moayed-Jahromi, and A. Ghaffari, "Exact two-dimensional analytical calculations for magnetic field, electromagnetic torque, UMF, back-EMF, and inductance of outer rotor surface inset permanent magnet machines," *Mathematical and Computational Applications*, vol. 24, no. 1, 25 pp., 2019.

[7] A. Ghaffari, et al., "2-D analytical model for outer-rotor consequent-pole brushless PM machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 34, no. 4, pp. 2226-2234, Dec. 2019.

[8] T. Lubin and A. Rezzoug, "3-D analytical model for axial-flux eddy-current couplings and brakes under steady-state conditions," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 10, Article ID: 8203712, 12 pp., Oct. 2015.

[9] T. Lubin and A. Rezzoug, "Improved 3-D analytical model for axial-flux eddy-current couplings with curvature effects," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 53, no. 9, Article ID: 8002409, 9 pp., Sept. 2017.

[10] L. J. Wu, Z. Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins, "Subdomain model for predicting armature reaction field of surface-mounted permanent-magnet machines accounting for tooth-tips," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 47, no. 4, pp. 812-822, Apr. 2011.

[11] M. Cheng and S. Zhu, "Calculation of PM eddy current loss in IPM machine under PWM VSI supply with combined 2-D FE and analytical method," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 53, no. 1, Article ID: 6300112, 12 pp., Jan. 2017.

[12] S. Teymoori, A. Rahideh, H. Moayed-Jahromi, and M. Mardaneh, "2-D Analytical magnetic field prediction for consequent-pole permanent magnet synchronous machines," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 52, no. 6, Article ID: 8202114, 14 pp., Jun. 2016.

[13] K. Boughrara, R. Ibtouen, and F. Dubas, "Analytical prediction of electromagnetic performances and unbalanced magnetic forces in fractional slot spoke-type permanent magnet machines," in *Proc. Int. Conf. on Electrical Machines, ICEM'16*, pp. 1366-1372, Lausanne, Switzerland, 4-7 Sept. 2016.

[14] D. Li, R. Qu, J. Li, and W. Xu, "Consequent-pole toroidal-winding outer-rotor vernier permanent-magnet machines," *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 51, no. 6, pp. 4470-4481, Nov./Dec. 2015.

$$\eta_c(w, u, j) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_j - \frac{\beta}{\gamma}}^{\theta_j + \frac{\beta}{\gamma}} \cos(w\theta) \cos\left[\frac{\pi u}{\beta} \left(\theta - \theta_j + \frac{\beta}{\gamma}\right)\right] d\theta \quad (۲۶-پ)$$

$$\gamma_s(u, v) = \frac{\gamma}{\beta} \times \int_{\theta_j - \frac{\beta}{\gamma}}^{\theta_j + \frac{\beta}{\gamma}} \sin\left[\frac{\pi v}{\delta} \left(\theta - \theta_j + \frac{\delta}{\gamma}\right)\right] \sin\left[\frac{\pi u}{\beta} \left(\theta - \theta_j + \frac{\beta}{\gamma}\right)\right] d\theta \quad (۲۷-پ)$$

$$\gamma_c(u, v) = \frac{\gamma}{\delta} \times \int_{\theta_j - \frac{\beta}{\gamma}}^{\theta_j + \frac{\beta}{\gamma}} \cos\left[\frac{\pi v}{\delta} \left(\theta - \theta_j + \frac{\delta}{\gamma}\right)\right] \cos\left[\frac{\pi u}{\beta} \left(\theta - \theta_j + \frac{\beta}{\gamma}\right)\right] d\theta \quad (۲۸-پ)$$

$$b^{so(j)} = \frac{J^j \mu_r \delta}{\gamma \beta} (R_{so}^{\gamma} - R_{sl}^{\gamma}) \quad (۲۹-پ)$$

$$k_w = \begin{cases} \mu_r \frac{wM_{rw} + M_{\theta w}}{w^{\gamma} - 1} & , w \neq 1 \\ -\mu_r \frac{M_{rw} + M_{\theta w}}{\gamma} \ln r & , w = 1 \end{cases} \quad (۳۰-پ)$$

$$\xi_{w1} = \frac{1}{w} \left( \frac{dk_w r}{dr} \Big|_{r=R_r} + \mu_r M_{\theta w} \right) = \begin{cases} \mu_r \frac{wM_{rw} + M_{\theta w}}{w^{\gamma} - 1} & , w \neq 1 \\ -\mu_r \frac{M_{rw} + M_{\theta w}}{\gamma} \ln R_m & , w = 1 \end{cases} \quad (۳۱-پ)$$

$$\xi_{w\tau} = k_w \Big|_{r=R_r} = \begin{cases} \mu_r \frac{wM_{rw} + M_{\theta w}}{w^{\gamma} - 1} & , w \neq 1 \\ \mu_r \frac{-M_{rw} - M_{\theta w}}{\gamma} \ln R_m & , w = 1 \end{cases} \quad (۳۲-پ)$$

$$\xi_{w\tau} = \frac{1}{w} \left( \frac{dk_w r}{dr} \Big|_{r=R_m} + \mu_r M_{\theta w} \right) = \begin{cases} \mu_r \frac{wM_{\theta w} + M_{rw}}{w^{\gamma} - 1} & , w \neq 1 \\ -\mu_r \frac{M_{rw} + M_{\theta w}}{\gamma} (1 + \ln R_m) + M_{\theta w} & , w = 1 \end{cases} \quad (۳۳-پ)$$

$$E(w) = \frac{-w}{\gamma \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^w} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\mu_r}\right) \left(1 + \left(\frac{R_s}{R_r}\right)^{\gamma w}\right) \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) \left(\left(\frac{R_s}{R_m}\right)^{\gamma w} + \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^{\gamma w}\right) \right\} \quad (۳۴-پ)$$

$$F(w) = \frac{-wR_m^{w+1}}{\gamma R_s^w} \left\{ \gamma \xi_{w1} \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^{\gamma w} \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^{w-1} \right. \\ \left. + \xi_{w\tau} + \xi_{w\tau} + (\xi_{w\tau} - \xi_{w\tau}) \left(\frac{R_s}{R_m}\right)^{\gamma w} \right\} \quad (۳۵-پ)$$

**محمد رضا عزیزاده پهلوانی** در سال ۱۳۷۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه شهید چمران اهواز و در سال ۱۳۸۰ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران دریافت نمود. از سال ۱۳۷۷ الی ۱۳۸۸ نامبرده به عنوان محقق سیستم‌های قدرت در مرکز تحقیقات کنترل دانشگاه صنعتی مالک اشتر مشغول به کار بود. در سال ۱۳۸۲ به دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه علم و صنعت ایران وارد گردید و در سال ۱۳۸۸ موفق به اخذ درجه دکتری مهندسی برق از دانشگاه مذکور گردید. ایشان از سال ۱۳۸۸ در مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران مشغول به فعالیت گردید و اینک نیز عضو هیأت علمی این دانشگاه با مرتبه دانشیاری می باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نام-برده متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند ماشین‌های الکتریکی و الکترونیک قدرت، سیستم پالسی، شبکه‌های الکتریکی و کنترل می‌باشد.

**آرش دهستانی کلاگر** در سال ۱۳۸۴ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه تهران و در سال ۱۳۸۶ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه اصفهان و مدرک دکتری خود را در سال ۱۳۹۲ از دانشگاه علم و صنعت ایران دریافت نمود. نامبرده از سال ۱۳۹۳ به‌عنوان عضو هیأت علمی در دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران مشغول به فعالیت گردید. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: الکترونیک قدرت، مبدل‌های توان بالا، فیلترهای اکتیو، کوره‌های قوس الکتریکی و سیستم‌های مغناطیسی.

- [15] D. Zarko, D. Ban, and T. A. Lipo, "Analytical solution for cogging torque in surface permanent magnet motors using conformal mapping," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 44, no. 1, pp. 352-365, Jan. 2008.
- [16] K. Boughrara, B. L. Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko, and O. Touhami, "Analytical model of slotted air-gap surface mounted permanent-magnet synchronous motor with magnet bars magnetized in the shifting direction," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 45, no. 2, pp. 747-758, Feb. 2009.
- [17] K. Boughrara, D. Zarko, R. Ibtouen, O. Touhami, and A. Rezzoug, "Magnetic field analysis of inset and surface-mounted permanent-magnet synchronous motors using Schwarz-Christoffel transformation," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 45, no. 8, pp. 3166-3178, Aug. 2009.
- [18] A. Rahideh, A. Ghaffari, A. Barzegar, and A. Mahmoudi, "Analytical model of slotless brushless PM linear motors considering different magnetization patterns," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 33, no. 4, pp. 1797-1804, Dec. 2018.
- [19] H. Moayed-Jahromi, A. Rahideh, and M. Mardaneh, "2-D analytical model for external rotor brushless PM machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 31, no. 3, pp. 1100-1109, Sept. 2016.

**آرمین صلح‌روشن** در سال ۱۳۹۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه دولتی شهرکرد و در سال ۱۳۹۹ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران دریافت نمود. نامبرده از سال ۱۳۹۸ در دانشگاه صنعتی مالک اشتر مشغول به کار گردید. زمینه‌های علمی و کاری مورد علاقه ایشان عبارتند از: تحلیل، مدل‌سازی، کنترل و طراحی مبدل‌های الکترونیک قدرت ولتاژ پایین و ولتاژ بالا، تحلیل و طراحی ماشین‌های الکتریکی آهن‌ربا دایم.