

طراحی کنترل کننده و تحلیل پایداری مجانبی مبدل باک با ساختار کنترلی آبخاری و استفاده از نظریه آشفستگی منفرد

سجاد آذرآستمال و محمد هجری

حلقه کنترلی حل شود: یک حلقه بیرونی برای کنترل ولتاژ خروجی و یک حلقه درونی برای کنترل جریان سلف [۵]. از مزایای این ساختار می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد [۶] تا [۸]:

- دفع سریع اغتشاشات ایجادشده در دینامیک تند بدون تأثیر بر روی دینامیک کند
- بهبود کیفیت و تسریع سیستم کنترلی به دلیل بالابودن سرعت حلقه داخلی
- کاهش ثابت زمانی معادل نسبت به ساختار تک‌حلقه
- گنجاندن دینامیک غیر خطی در حلقه داخلی و ساده‌تر شدن طراحی کنترل کننده حلقه خارجی
- کاهش نوسانات و فراجهدش در خروجی
- اعمال محدودیت بر روی گستره تغییرات حلقه داخلی از طریق کنترل کننده حلقه بیرونی و در نتیجه اعمال نوعی حفاظت برای جلوگیری از افزایش غیر قابل کنترل متغیر حالت تند

با توجه به مزایای مطرح در مورد ساختار کنترلی آبخاری، تحقیقات متعددی در زمینه‌های مختلف صنعتی اعم از کنترل موتور [۹]، سیستم‌های فوتولتائیک [۱۰]، سیستم‌های پنوماتیکی [۱۱]، یکسوسازها [۱۲] و سیستم‌های هیدرولیکی [۱۳] صورت گرفته است. کنترل مبدل‌های قدرت با استفاده از این ساختار در کارهای مختلفی انجام شده که در ادامه به آنها اشاره می‌شود. مرجع [۱۴] شامل شبیه‌سازی مبدل باک با استفاده از ساختار تک‌حلقه‌ای PI و نیز ساختار دو حلقه‌ای PI-PI و مقایسه این دو ساختار می‌باشد. در [۴] از دو کنترل کننده PI برای حلقه‌های داخلی و خارجی به منظور کنترل مبدل باک استفاده شده است. در این مقاله برای طراحی ضرایب کنترل کننده، از تبدیل سیستم مرتبه دوم به دو سیستم مرتبه اول و در نظر گرفتن یک کنترل کننده PI برای هر کدام از حلقه‌ها استفاده شده است. به منظور افزایش قابلیت سیستم در حضور اغتشاشات و نیز تسریع پاسخ دینامیکی در [۱۵] از یک رله ناحیه مرده به صورت یک حلقه پیشخور از خطای حلقه بیرونی بهره‌گیری شده است. در [۱۶]، ساختار کنترلی PI-PI برای یک مبدل بوسست پیاده‌سازی شده و استخراج ضرایب کنترل کننده با خطی‌سازی معادلات حول نقطه تعادل انجام یافته است. در [۱۷] و [۱۸] برای بهبود عملکرد کنترل کننده‌ها، یک فیلتر پایین‌گذر به کنترل کننده‌های PID اضافه شده که به ترتیب برای کنترل مبدل‌های باک-بوسست و کیوک اعمال شده است. در [۱۹] علاوه بر فیلترهای پایین‌گذر، برای محدود نمودن دامنه جریان از یک محدود کننده در خروجی کنترل کننده ولتاژ استفاده شده است. در کارهای [۲۰] و [۲۱] برای کنترل حلقه داخلی جریان از یک کنترل کننده پیش‌بین استفاده شده است.

کنترل کننده‌های PI به دلیل ماهیت خطی‌شان، دینامیک ضعیف و

چکیده: این مقاله، اثبات نظری پایداری مجانبی حلقه بسته مبدل باک DC-DC را بر مبنای نظریه آشفستگی منفرد ارائه می‌دهد. به دلیل ماهیت ساختار دو مقیاس زمانی با دینامیک‌های تند و کند در این مبدل، برای کنترل آن از ساختار کنترلی آبخاری استفاده شده است. این کنترل کننده دارای دو حلقه کنترلی می‌باشد: یک حلقه بیرونی برای کنترل ولتاژ خروجی بر مبنای کنترل تناسبی-انتگرالی و یک حلقه درونی برای کنترل جریان سلف بر مبنای کنترل مد لغزشی. کنترل کننده‌های مربوط به هر کدام از حلقه‌ها بر مبنای نظریه آشفستگی طوری طراحی می‌شوند که محدودیت‌های در نظر گرفته شده برای مبدل را برآورده کرده و پایداری مجانبی حلقه بسته را در گستره وسیعی از شرایط اولیه مبدل، تضمین کنند. جهت اعتبارسنجی، روش پیشنهادی برای یک مبدل باک نوعی در محیط Matlab-Simulink شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با انتخاب مناسب ضرایب کنترل کننده PI حلقه بیرونی، مطلوبات مسئله برآورده شده و سیستم پایدار مجانبی می‌شود. همچنین مقاومت سیستم در برابر نامعینی بار و اغتشاشات ورودی و نیز نحوه ردیابی مرجع ولتاژ مورد ارزیابی قرار گرفته و ساختار پیشنهادی با ساختار PI-PI مقایسه شده است.

کلیدواژه: پایداری مجانبی، کنترل آبخاری، کنترل مد لغزشی، مبدل باک DC-DC، نظریه آشفستگی منفرد.

۱- مقدمه

مبدل‌های DC-DC به طور گسترده برای کنترل موتور اتومبیل‌های الکتریکی، بالابرهای دریایی، دستگاه‌های حمل و نقل معادن، باتری تجهیزات قابل حمل و تنظیم کننده‌های ولتاژ DC مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱] و [۲]. مطابق با یک آمار به دست آمده، بیش از ۸۰۰ نمونه اولیه از مبدل‌های DC-DC در هفت دهه گذشته توسعه یافته است [۳]. مبدل‌های باک، نوعی از مبدل‌های الکترونیک قدرت با خاصیت کاهش‌دهندگی ولتاژ هستند. این نوع مبدل‌ها به دلیل کارایی بالا و اندازه کوچکشان از محبوبیت خاصی در بین مبدل‌ها برخوردار بوده و بیشتر در باتری تجهیزات قابل حمل مورد استفاده قرار می‌گیرند [۴].

در بسیاری از مبدل‌های قدرت عملی، نرخ تغییرات جریان سلف بسیار سریع‌تر از نرخ تغییرات ولتاژ خروجی می‌باشد. به دلیل ساختار دو مقیاس زمانی، مسئله کنترل می‌تواند با استفاده از ساختار کنترلی آبخاری با دو

این مقاله در تاریخ ۱۲ بهمن ماه ۱۳۹۸ دریافت و در تاریخ ۲۳ آبان ماه ۱۳۹۹ بازنگری شد.

سجاد آذرآستمال، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران، (email: sa_azar96@sut.ac.ir)

محمد هجری (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران، (email: hejri@sut.ac.ir)

سپس آنالیزی بر اساس مدل تقریبی ارائه گردد. در نهایت سعی می‌شود تا با استخراج برخی شرایط، نتایج حاصل برای مدل تقریبی را به مدل اصلی تعمیم دهند. یکی از روش‌های موجود در این ارتباط، استفاده از نظریه آشفتگی منفرد می‌باشد که اکثراً در مورد سیستم‌هایی به کار می‌رود که معادلات حاکم بر آنها به گونه‌ای است که برخی از متغیرهای حالت دارای تغییرات تند و برخی دیگر دارای تغییرات کند است. این نظریه به نحوه برهم‌کنش این متغیرهای تند و کند بر روی یکدیگر می‌پردازد [۳۵] و [۳۶]. نظریه آشفتگی منفرد در زمینه‌های مختلفی از قبیل کنترل روباتیک [۳۷]، سیستم‌های هیدرولیکی [۳۸] و [۳۹] و سیستم‌های نامعین [۴۰] مورد استفاده محققان قرار گرفته است. در زمینه میدل‌های قدرت به دلیل ماهیت غیر خطی‌شان این روش می‌تواند برای استخراج نتایج دقیق‌تر مورد استفاده قرار بگیرد.

در این مقاله، ساختار کنترلی آشناری برای کنترل میدل باک مورد استفاده قرار گرفته است که شامل یک حلقه خارجی کنترل ولتاژ خروجی از نوع کنترل‌کننده PI و یک حلقه داخلی کنترل جریان سلف از نوع کنترل‌کننده مد لغزشی می‌باشد. فرایند بررسی به این صورت بوده که ابتدا شرط رسیدن متغیرهای حالت از لحظه اولیه به صفحه لغزش بررسی شده و محدوده مجاز ضرایب کنترل‌کننده‌ها برای رسیدن متغیرهای حالت به صفحه لغزش به طور دقیق استخراج شده است. سپس با اعمال ورودی کنترل معادل و با استفاده از نظریه آشفتگی منفرد، محدوده مجاز برای انتخاب ضرایب کنترل‌کننده PI حلقه بیرونی ولتاژ، به منظور لغزش و همگرایی حالت‌ها به سمت نقطه تعادل به دست آمده است. همچنین در این مقاله، محدودیت‌های طراحی برای سیستم، مثل مقادیر بیشینه و کمینه متغیرهای حالت، بدون استفاده از طراحی‌های پیچیده بهینه‌سازی در نظر گرفته شده است. همچنین برای توصیف میدل از معادلات غیر متوسط‌گیری شده استفاده شده که نسبت به معادلات متوسط‌گیری شده در کارهای موجود توصیف دقیق‌تری را از دینامیک میدل الکترونیک قدرت ارائه می‌دهد [۴۱].

بخش‌های بعدی مقاله به صورت زیر می‌باشد: در بخش ۲ ساختار میدل باک و معادلات دینامیکی آن ارائه شده است. بخش ۳ به معرفی ساختار کنترلی، شرایط لازم برای پایداری و تشریح نظریه آشفتگی منفرد می‌پردازد. بخش ۴ شامل طراحی کنترل‌کننده PI-SMC برای میدل باک می‌باشد. در بخش ۵ نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی ارائه گردیده و در نهایت نتیجه‌گیری مقاله در بخش ۶ گنجانده شده است.

نمادگذاری و تعاریف ریاضی: در این مقاله \forall نماینده اعداد حقیقی، علامت $\| \cdot \|$ نرم مرتبه دوم بردار مربوط در فضای اقلیدسی، نقطه روی یک پارامتر نشان‌دهنده مشتق اول پارامتر نسبت به زمان و $\| \cdot \|$ علامت قدرمطلق می‌باشد. تابع پیوسته $\xi(\cdot)$ متعلق به کلاس \mathcal{K} است اگر اکیداً صعودی بوده و داشته باشیم $\xi(0) = 0$.

۲- میدل باک

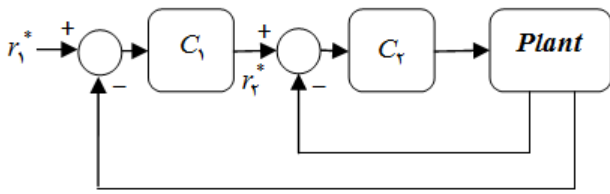
طرحواره میدل باک در شکل ۱ نشان داده شده که در آن منبع ولتاژ ورودی، L سلف فیلتر، C خازن تنظیم‌کننده خروجی و R مقاومت بار می‌باشد. این میدل دارای دو حالت کلیدزنی در حالت هدایتی پیوسته می‌باشد:

حالت ۱: در این حالت کلید Q وصل شده و دیود D قطع می‌باشد. با فرض این که ولتاژ خروجی $v_o(t)$ و جریان سلف $i_L(t)$ به عنوان متغیرهای حالت سیستم در نظر گرفته شده باشد، معادلات دینامیکی میدل در این حالت به صورت زیر درمی‌آید

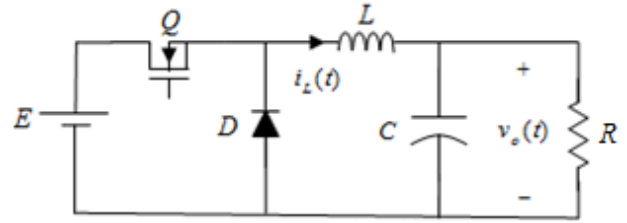
میرایی کمتری نسبت به کنترل‌کننده‌های غیر خطی دارند [۲۲]. ضمناً تحلیل پایداری کنترل‌کننده‌های پیش‌بین با چالش‌های نظری همراه است [۲۱]. بر این اساس در دسته دیگری از مقالات، از کنترل‌کننده‌های غیر خطی در حلقه داخلی ساختار کنترلی آشناری استفاده شده است. برای مدارهای کنترل‌شده با ادوات کلیدزنی که متغیرهای کنترل در آن می‌تواند تنها مقادیری از یک مجموعه گسسته را به خود اختصاص دهد، روش کنترل مد لغزشی^۱ به دلیل انطباق آن با ماهیت گسسته مدار از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۵]. مضاف بر این برای تسریع در دینامیک سیستم و پایداری بهتر آن در برابر تغییرات و نامعینی‌ها و نیز پیاده‌سازی یک ساختار ساده‌تر و کاهش تعداد ضرایب مجهول کنترل‌کننده‌ها، از ساختار PI-SMC که در آن حلقه کنترل داخلی جریان از نوع مد لغزشی و حلقه کنترل خارجی ولتاژ از نوع PI می‌باشد استفاده می‌شود [۲۳]. در زمینه ساختار کنترلی آشناری از نوع PI-SMC مطالعاتی صورت گرفته که در ادامه به بررسی آنها پرداخته می‌شود. در [۲۴]، ساختار اخیر همراه یک میدل باک به منظور کنترل یک موتور DC پیاده‌سازی و شبیه‌سازی شده است. در [۲۵] عملکرد صحیح کنترل‌کننده روی میدل بوست با جایگزینی مقادیر حالت ماندگار متغیرهای حالت در معادلات به دست آمده از شرایط وجود لغزش بررسی شده است. مرجع [۲۶] علاوه بر پیاده‌سازی ساختار کنترلی PI-SMC بر روی میدل کیوک، از یک محدودکننده جریان ورودی برای جلوگیری از جریان‌های ورودی بزرگ استفاده کرده است. مراجع [۲۷] تا [۲۹]، شامل طراحی کنترل‌کننده‌ها برای میدل بوست و کیوک با روش خطی‌سازی حول نقطه تعادل می‌باشند. در [۳۰]، استخراج ضرایب کنترل‌کننده برای میدل بوست با روش زیگلر- نیکولز انجام شده و سیکل کاری در حالت پایدار با شرط وجود لغزش به دست آمده است. کارهای انجام‌شده در [۳۱] و [۳۲]، شامل کنترل میدل کیوک با استفاده از فیلترهای پایین‌گذر می‌باشد. مرجع [۳۳] به کنترل یک میدل باک با مقادیر سلف و خازن نامعلوم می‌پردازد که حاصل ضرب آنها معلوم بوده و فقط خطای اندازه‌گیری در دسترس است. در [۳۴] علاوه بر کار [۳۳]، بهینه‌سازی ضرایب کنترل‌کننده نیز انجام یافته است.

مطالعات انجام‌شده در این زمینه، همگی دارای این اشکال مشترک هستند که یا فاز رسیدن متغیرهای حالت مورد بررسی قرار نگرفته و یا از تقریب‌هایی مثل ثابت فرض کردن مرجع جریان برای ساده‌سازی معادلات استفاده شده است. این در حالی است که تنها مرجع ولتاژ به عنوان یک سیگنال خروجی قابل دسترس، ثابت بوده و مرجع جریان به عنوان یک پارامتر غیر قابل دسترس، مادامی که متغیرهای حالت به حالت پایدار برسند، تابعی از متغیرهای حالت بوده و در حالت ماندگار به یک مقدار ثابت می‌رسد. ضمناً برای بررسی شرایط لغزش روی صفحه از روش‌هایی مثل خطی‌سازی حول نقطه تعادل استفاده شده که یک پایداری محلی را نتیجه می‌دهد.

تحلیل دقیق سیستم‌های غیر خطی، همواره یک مسئله چالش‌برانگیز بوده و تنها تعداد محدودی از سیستم‌های غیر خطی را که دارای شکل خاصی از معادلات دیفرانسیل غیر خطی هستند، می‌توان به طور دقیق مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. بر این اساس استفاده از روش‌های تقریبی همواره مورد توجه محققین بوده است. در روش‌های مطرح‌شده سعی می‌شود که ابتدا معادلات دقیق سیستم با استفاده از برخی فرضیات معقول مثل اغماض از ثابت زمانی‌های کوچک، جرم‌ها، ظرفیت‌ها و پارامترهای مزاحم که مرتبه دینامیکی مدل را افزایش می‌دهند، ساده‌سازی شده و



شکل ۲: ساختار کنترلی آبخاری.



شکل ۱: طرحواره مبدل باک.

۳-۱ شرط وجود لغزش

سیستم دینامیکی تک ورودی (V) را در نظر بگیرید

$$\dot{x}^{(n)}(t) = f(x(t)) + b(x(t))u(t) \quad (7)$$

که $x(t)$ بردار متغیرهای حالت و f در حالت کلی نامعین بوده و توسط تابع پیوسته معینی از متغیرهای حالت از بالا کران دار شده است و b در حالت کلی نامعین بوده ولی علامت آن معلوم و توسط تابع پیوسته معینی از متغیرهای حالت از بالا کران دار شده است. فرض کنید $s(t) = 0$ موسوم به صفحه لغزش تابعی از متغیرهای حالت و $V(s(t)) = \delta[s(t)]^2$ کاندیدای تابع لیاپانوف باشد. برای وقوع حالت لغزش $s(t) = 0$ در زمان محدود، قانون کنترل باید به گونه ای باشد که در بیرون $s(t) = 0$ شرط زیر همواره برقرار باشد [۴۲]

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (8)$$

که در آن η یک عدد ثابت مثبت می باشد. رابطه بالا به این معناست که در همسایگی صفحه لغزش، علامت $s(t)$ با علامت مشتق خودش مخالف است [۵].

۳-۲ نظریه آشفستگی منفرد

سیستم خودگردان آشفته منفرد (۹) و (۱۰) را در نظر بگیرید

$$\dot{x}(t) = f(x(t), z(t)) \quad , \quad x(t) \in \mathbb{R}^n \quad (9)$$

$$\varepsilon \dot{z}(t) = g(x(t), z(t)) \quad , \quad z(t) \in \mathbb{R}^m \quad (10)$$

که در آن $x(t)$ بردار متغیرهای آرام (کند) و $z(t)$ بردار متغیرهای سریع (تند) می باشد. فرض کنید مبدأ $(x(t) = 0, z(t) = 0)$ نقطه تعادل مجزای سیستم بوده و f و g در مجموعه ای همبند، باز و شامل مبدأ، لیب شیتز محلی باشند. در نتیجه

$$f(0,0) = 0 \quad , \quad g(0,0) = 0 \quad (11)$$

فرض کنید $z(t) = h(x(t))$ ریشه مجزای $g(x(t), z(t)) = 0$ باشد که به ازای جمیع مقادیر $x(t) \in D_1 \subset \mathbb{R}^n$ تعریف شده است که در آن D_1 مجموعه ای همبند، باز و شامل $x(t) = 0$ می باشد. فرض کنید $h(0) = 0$ است و در این صورت اگر $z(t) = h(x(t))$ تنها ریشه معادله $g(x(t), z(t)) = 0$ باشد، آن گاه باید در مبدأ صفر شود زیرا $g(0,0) = 0$. اگر دو یا چند ریشه تنها وجود داشته باشد، آن گاه یکی از آنها باید در $x(t) = 0$ برابر صفر باشد و این همان ریشه ای است که با آن سر و کار داریم. ساده تر است در مختصات $(x(t), y(t))$ با تعریف $y(t) = z(t) - h(x(t))$ نقطه تعادل متغیرهای سریع را به مبدأ انتقال دهیم. در مختصات جدید، سیستم آشفته منفرد به شکل (۱۲) و (۱۳) بیان می شوند

$$\dot{x}(t) = f(x(t), y(t) + h(x(t))) \quad (12)$$

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{RC} + \frac{i_L(t)}{C} \quad (1)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{L} + \frac{E}{L} \quad (2)$$

حالت ۲: در این حالت کلید Q قطع شده و دیود D وصل می شود. معادلات دینامیکی در این حالت به صورت زیر می باشد

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{RC} + \frac{i_L(t)}{C} \quad (3)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{L} \quad (4)$$

با ترکیب دو حالت فوق، معادلات دینامیکی غیر متوسط گیری شده مبدل باک در فضای حالت به صورت زیر حاصل می شود

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{RC} + \frac{i_L(t)}{C} \quad (5)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{L} + \frac{E}{L}u(t) \quad (6)$$

که $u(t) \in \{0, 1\}$ ورودی کنترل گسسته است که به ازای $u(t) = 1$ معرف حالت ۱ و به ازای $u(t) = 0$ معرف حالت ۲ می باشد.

۳-۳ کنترل آبخاری

طرحواره کنترل کننده آبخاری که در شکل ۲ نشان داده شده است، دارای دو حلقه می باشد: حلقه داخلی و حلقه خارجی. اصولاً نرخ تغییرات حلقه داخلی، بسیار بیشتر از نرخ تغییرات حلقه خارجی می باشد. هدف نهایی کنترل، ردیابی سیگنال مرجع خارجی r_1^* توسط سیستم می باشد. مقدار مرجع حلقه خارجی به صورت یک سیگنال بیرونی و مطلوب به ورودی حلقه خارجی اعمال می شود. خروجی کنترل کننده حلقه خارجی، مقدار مرجع حلقه داخلی r_1^* را تولید می کند.

در این مقاله که مبدل باک مورد بررسی قرار گرفته است، کنترل کننده حلقه خارجی C_1 از نوع PI می باشد و برای کنترل ولتاژ خروجی مبدل در نظر گرفته شده است. ضمناً کنترل کننده حلقه داخلی C_r از نوع کنترل کننده مد لغزشی است که برای کنترل جریان سلف ورودی در نظر گرفته شده است.

فرایند طراحی برای کنترل کننده های سیستم دارای دو مرحله می باشد: مرحله رسیدن و مرحله لغزش و همگرایی. ابتدا شرط رسیدن متغیرهای حالت به صفحه لغزش مورد بررسی قرار گرفته و سپس لغزش متغیرهای حالت روی صفحه لغزش به سمت نقطه تعادل بررسی شده و پایداری سیستم تضمین می شود. قبل از بررسی این شرایط، ابتدا به شرط وجود لغزش و قضیه آشفستگی منفرد پرداخته می شود.

که در (۱۶) تا (۲۰) صدق می‌کنند. در این صورت اگر ε_d و ε^* با عبارات (۲۲) و (۲۳) تعریف شوند، آن گاه مبدأ (۱۲) و (۱۳) به ازای جمیع مقادیر $0 < \varepsilon < \varepsilon^*$ پایدار مجانبی است. علاوه بر این $v(x(t), y(t))$ بیان شده در (۲۱) به ازای $\varepsilon \in (0, \varepsilon_d)$ ، یک تابع لیاپانوف برای سیستم (۱۲) و (۱۳) می‌باشد. اثبات این قضیه در [۳۵] و [۳۶] آمده است

$$\varepsilon < \frac{\alpha_1 \alpha_r}{\alpha_1 \gamma + \frac{1}{\gamma d(1-d)}[(1-d)\beta_1 + d\beta_r]} = \varepsilon_d \quad (22)$$

$$\varepsilon^* = \frac{\alpha_1 \alpha_r}{\alpha_1 \gamma + \beta_r \beta_r} \quad (23)$$

ε^* مقدار بیشینه ε_d بوده و در $d^* = \beta_r / (\beta_1 + \beta_r)$ رخ می‌دهد.

۴- طراحی کنترل کننده‌ها برای مبدل باک

با توجه به ساختار کنترلی آبخاری و کنترل کننده‌های انتخاب شده، معادله صفحه لغزش و مقدار مرجع جریان به ترتیب برابر است با

$$s(t) = i_L^*(t) - i_L(t) \quad (24)$$

$$i_L^*(t) = K_p(v^* - v_o(t)) + K_I \int_0^t (v^* - v_o(\tau)) d\tau \quad (25)$$

در این معادلات K_p ضریب تناسبی کنترل کننده PI، K_I ضریب انتگرالی آن و v^* مقدار مرجع ولتاژ است که در بحث تنظیم کننده‌ها مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود.

۴-۱ بررسی شرط وجود لغزش

ابتدا شرط وجود لغزش و رسیدن متغیرهای حالت به صفحه لغزش مورد بررسی قرار می‌گیرد. با مشتق گیری از (۲۴) نسبت به زمان و جاگذاری مشتق زمانی (۲۵) و نیز جاگذاری (۵) و (۶) داریم

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \frac{di_L^*(t)}{dt} - \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= K_p \left(-\frac{dv_o(t)}{dt}\right) + K_I(v^* - v_o(t)) + \frac{v_o(t)}{L} - \frac{E}{L}u(t) \quad (26) \\ &= \left(\frac{K_p}{RC} - K_I + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_I v^* - \frac{E}{L}u(t) \end{aligned}$$

ورودی کنترل به صورت (۲۷) انتخاب می‌شود

$$u(t) = \frac{1 + \text{sign}(s(t))}{2} \quad (27)$$

که $\text{sign}(s(t))$ تابع علامت بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\text{sign}(s(t)) = \begin{cases} 1 & , s(t) > 0 \\ \text{undefined} & , s(t) = 0 \\ -1 & , s(t) < 0 \end{cases} \quad (28)$$

جاگذاری (۲۷) در (۲۶)، نتیجه می‌دهد

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \left(\frac{K_p}{RC} - K_I + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) \\ &+ K_I v^* - \frac{E}{2L} - \frac{E}{2L} \text{sign}(s(t)) \quad (29) \end{aligned}$$

حال با جاگذاری (۲۹) در نامعادله (۸)، نامساوی (۳۰) حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{y}(t) &= g(x(t), y(t) + h(x(t))) \\ &- \varepsilon \frac{\partial h(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t), y(t) + h(x(t))) \quad (13) \end{aligned}$$

با فرض این که $\forall x(t) \in D_1, \|h(x(t))\| \leq \xi(\|x(t)\|)$ که $\xi(\cdot)$ تابعی متعلق به کلاس κ است، نگاشت $y(t) = z(t) - h(x(t))$ حافظ پایداری است. به تعبیر دیگر مبدأ (۹) و (۱۰) پایدار مجانبی است اگر و تنها اگر مبدأ (۱۲) و (۱۳) پایدار مجانبی باشد. سیستم تقلیل یافته

$$\dot{x}(t) = f(x(t), h(x(t))) \quad (14)$$

دارای نقطه تعادلی در $x(t) = 0$ است و سیستم لایه مرزی

$$\frac{dy(\tau)}{d\tau} = g(x(\tau), y(\tau) + h(x(\tau))) \quad (15)$$

که در آن $x(\tau)$ و $\tau = t/\varepsilon$ به عنوان یک پارامتر ثابت در نظر گرفته می‌شود، دارای نقطه تعادلی در $y(\tau) = 0$ می‌باشد. فرض کنید $V(x(t))$ تابع لیاپانوف سیستم تقلیل یافته (۱۴) باشد که به ازای همه مقادیر $x(t) \in D_1$ در (۱۶) صدق می‌کند

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t), h(x(t))) \leq -\alpha_1 \psi_r^+(x(t)) \quad (16)$$

که در آن $\psi_r(x(t)): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع مثبت معین و α_1 یک ثابت مثبت است. ضمناً $W(x(\tau), y(\tau))$ تابع لیاپانوف سیستم لایه مرزی (۱۵) می‌باشد که به ازای جمیع مقادیر $(x(\tau), y(\tau)) \in D_1 \times D_r$ که $D_r \subset \mathbb{R}^m$ مجموعه‌ای همبند، باز و شامل $y(\tau) = 0$ است در (۱۷) و (۱۸) صدق می‌کند

$$\frac{\partial W(x(\tau), y(\tau))}{\partial y(\tau)} g(x(\tau), y(\tau) + h(x(\tau))) \leq -\alpha_r \psi_r^+(y(\tau)) \quad (17)$$

$$W_r(y(\tau)) \leq W(x(\tau), y(\tau)) \leq W_r(y(\tau)) \quad (18)$$

که در آن $\psi_r(y(\tau)): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع مثبت معین، α_r ثابت مثبت و $W_r(y(\tau))$ و $W_r(y(\tau))$ توابعی پیوسته و معین مثبت هستند. همچنین دو شرط (۱۹) و (۲۰) موسوم به شروط اتصال برقرار است

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} [f(x(t), y(t) + h(x(t))) - f(x(t), h(x(t)))] \leq \beta_1 \psi_r(x(t)) \psi_r(y(t)) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial W(x(t), y(t))}{\partial x(t)} - \frac{\partial W(x(t), y(t))}{\partial y(t)} \cdot \frac{\partial h(x(t))}{\partial x(t)} \right] \\ &\times [f(x(t), y(t) + h(x(t)))] \\ &\leq \beta_r \psi_r(x(t)) \psi_r(y(t)) + \gamma \psi_r^+(y(t)) \quad (20) \end{aligned}$$

که β_1 ، β_r و γ ثابت‌های نامنفی هستند. تابع لیاپانوف مرکب برای سیستم (۱۲) و (۱۳) به صورت (۲۱) در نظر گرفته می‌شود

$$v(x(t), y(t)) = (1-d)V(x(t)) + dW(x(t), y(t)) \quad (21)$$

که ثابت $0 < d < 1$ را باید انتخاب کرد. قضیه ۱ پایداری مجانبی سیستم (۱۲) و (۱۳) با تابع لیاپانوف مرکب $v(x(t), y(t))$ را به پایداری مجانبی زیرسیستم‌های تقلیل یافته (۱۴) و لایه مرزی (۱۵) به ترتیب با توابع لیاپانوف $V(x(t))$ و $W(x(\tau), y(\tau))$ ربط می‌دهد.

قضیه ۱: سیستم آشفته منفرد (۱۲) و (۱۳) را در نظر بگیرید و فرض کنید که توابع لیاپانوف $V(x(t))$ و $W(x(\tau), y(\tau))$ چنان وجود دارند

دست می آید

$$u_{eq} = \frac{(LK_p - RLCK_l + RC)v_o(t) - RL(K_p i_L(t) + CK_l v^*)}{RCE} \quad (37)$$

با جاگذاری قانون کنترل معادل از (37) در معادلات دینامیکی (5) و (6)، معادلات به صورت (38) و (39) بازنویسی می شود

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{RC} + \frac{i_L(t)}{C} \quad (38)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \left(\frac{K_p}{RC} - K_l\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^* \quad (39)$$

نقاط تعادل سیستم، با برابر صفر قرار دادن معادلات دینامیکی (38) و (39) به دست می آید که عبارت است از

$$\begin{aligned} v_o^* &= v^* \\ i_L^* &= \frac{v^*}{R} \end{aligned} \quad (40)$$

با استفاده از متغیرهای جدید، نقطه تعادل (38) و (39) به مبدأ انتقال داده می شود که این متغیرها به صورت زیر انتخاب می گردد

$$\begin{aligned} x_1(t) &= v_o(t) - v^* \\ x_2(t) &= i_L(t) - \frac{v^*}{R} \end{aligned} \quad (41)$$

با جاگذاری این متغیرها در (38) و (39) ساده سازی روابط، معادلات دینامیکی سیستم با نقطه تعادل مبدأ به صورت زیر حاصل می شود

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{x_1(t)}{RC} + \frac{x_2(t)}{C} \quad (42)$$

$$\dot{x}_2(t) = \left(\frac{K_p}{RC} - K_l\right)x_1(t) - \frac{K_p}{C}x_2(t) \quad (43)$$

با انتخاب متغیرهای بدون بعد، معادلات را نرمالیزه می کنیم که این متغیرها به صورت (44) انتخاب می شود

$$\begin{cases} x(t) = \frac{x_1(t)}{v_n} \\ z(t) = \frac{R}{v_n}x_2(t) \\ \hat{t} = \frac{t}{RC} \end{cases} \quad (44)$$

در این روابط v_n مقدار ولتاژ نامی مبدل است که به عنوان مبنای ولتاژ انتخاب می شود. با مشتق گیری از متغیرهای حالت جدید نسبت به زمان نرمالیزه شده و جاگذاری (42) و (43) در نتایج این مشتق گیری، پس از ساده سازی، (45) و (46) حاصل می شود

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{d\hat{t}} = f(x(t), z(t)) = -x(t) + z(t) \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{z}(t) &= \varepsilon \frac{dz(t)}{d\hat{t}} = g(x(t), z(t)) \\ &= L\left(\frac{K_p}{RC} - K_l\right)x(t) - \frac{LK_p}{RC}z(t) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} s(t)\left[\left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^* - \frac{E}{2L}\right] \\ - \frac{E}{2L}s(t)\text{sign}(s(t)) \leq \\ \left|s(t)\right|\left[\left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^* - \frac{E}{2L}\right] \\ - \frac{E}{2L}|s(t)| \leq -\eta|s(t)| \end{aligned} \quad (30)$$

با قراردادن $|s(t)|\text{sign}(s(t)) = |s(t)|$ و حذف $|s(t)|$ از طرفین داریم

$$\begin{aligned} \left|\left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^* - \frac{E}{2L}\right| \\ - \frac{E}{2L} \leq -\eta \end{aligned} \quad (31)$$

با ساده سازی جبری نامعادله (31)، نامعادلات (32) به دست می آید

$$\eta \leq \left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^* \leq \frac{E}{2L} - \eta \quad (32)$$

برای برقراری نامعادلات (32)، باید بدترین حالت از سیستم را در نظر گرفت که به ازای شرایط (33) و (34) این هدف برآورده می شود

$$\begin{aligned} \max\left\{\left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^*\right\} \\ \leq \frac{E}{2L} - \eta \end{aligned} \quad (33)$$

$$\min\left\{\left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_o(t) - \frac{K_p}{C}i_L(t) + K_l v^*\right\} \geq \eta \quad (34)$$

با توجه به شرایط مختلف، دسته جواب های (35) و (36) به دست می آید

$$\begin{cases} \frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L} > 0 \\ \left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_{o(\max)} - \frac{K_p}{C}i_{L(\min)} + K_l v^* \leq \frac{E}{2L} - \eta \\ \left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_{o(\min)} - \frac{K_p}{C}i_{L(\max)} + K_l v^* \geq \eta \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} \frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L} < 0 \\ \left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_{o(\min)} - \frac{K_p}{C}i_{L(\min)} + K_l v^* \leq \frac{E}{2L} - \eta \\ \left(\frac{K_p}{RC} - K_l + \frac{1}{L}\right)v_{o(\max)} - \frac{K_p}{C}i_{L(\max)} + K_l v^* \geq \eta \end{cases} \quad (36)$$

در این نامعادلات $v_{o(\max)}$ و $v_{o(\min)}$ به ترتیب مقادیر کمینه و بیشینه ولتاژ خروجی مبدل بوده و همچنین $i_{L(\max)}$ و $i_{L(\min)}$ به ترتیب مقادیر کمینه و بیشینه جریان سلف می باشد. جواب مسئله که شرط وجود لغزش می باشد از اشتراک جواب نامعادلات (35) و (36) به دست می آید.

۴-۲ بررسی لغزش روی صفحه

با رسیدن متغیرهای حالت به صفحه لغزش، برای بررسی رفتار سیستم از قانون کنترل معادل استفاده شده که این امر با در نظر گرفتن فرکانس بی نهایت برای کلیدزنی حاصل می شود. قانون کنترل معادل با صفر قرار دادن نرخ تغییرات صفحه لغزش نسبت به زمان یا به عبارتی (26) به

با مشتق‌گیری از تابع (۵۳) نسبت به زمان، (۵۴) به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \dot{W}(x(\tau), y(\tau)) &= \frac{\partial W(x(\tau), y(\tau))}{\partial y(\tau)} g(x(\tau), y(\tau) + h(x(\tau))) \\ &\leq -\frac{LK_p}{RC} [y(\tau)]^r \end{aligned} \quad (54)$$

با مقایسه نتیجه به دست آمده از (۵۴) با نامعادله (۱۷) خواهیم داشت

$$\begin{cases} \alpha_r = \frac{LK_p}{RC} \\ \psi_r(y(\tau)) = |y(\tau)| \end{cases} \quad (55)$$

که با فرض $K_p > 0$ ، ثابت α_r و تابع $\psi_r(y(\tau))$ شرایط لازم مطرح شده در قضیه ۱ را دارا می‌باشند.

۴-۲-۳ شروط اتصال

با جاگذاری روابط مربوط در (۱۹) و (۲۰)، شروط اتصال به صورت (۵۶) و (۵۷) به دست می‌آید

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} [f(x(t), y(t) + h(x(t))) - f(x(t), h(x(t)))] \quad (56)$$

$$= x(t)y(t) \leq |x(t)||y(t)|$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial W(x(t), y(t))}{\partial x(t)} - \frac{\partial W(x(t), y(t))}{\partial y(t)} \cdot \frac{\partial h(x(t))}{\partial x(t)} \right] \\ & \times [f(x(t), y(t) + h(x(t)))] \\ & = (1 - RC \frac{K_I}{K_p}) ([y(t)]^r + RC \frac{K_I}{K_p} x(t)y(t)) \end{aligned} \quad (57)$$

$$\leq \left| 1 - RC \frac{K_I}{K_p} \right| (|y(t)|^r + RC \frac{K_I}{K_p} |x(t)||y(t)|)$$

با مقایسه (۵۶) و (۵۷) با (۱۹) و (۲۰) داریم

$$\begin{cases} \beta_1 = 1 \\ \beta_r = RC \frac{K_I}{K_p} \left| 1 - RC \frac{K_I}{K_p} \right| \\ \gamma = \left| 1 - RC \frac{K_I}{K_p} \right| \end{cases} \quad (58)$$

که با فرض $K_I/K_p > 0$ ، این ثوابت نیز شرایط مطرح شده در قضیه ۱ را دارا می‌باشند. بنابراین شرط لغزش متغیرهای حالت روی صفحه، با جاگذاری ثابت‌های به دست آمده از (۵۱)، (۵۵) و (۵۸) در (۲۳) و استفاده از قضیه ۱ و جاگذاری مقدار $\varepsilon = L/(R^r C)$ به دست می‌آید

$$\frac{L}{R^r C} < \frac{(RC \frac{K_I}{K_p}) (\frac{LK_p}{RC})}{(RC \frac{K_I}{K_p} \left| 1 - RC \frac{K_I}{K_p} \right| + RC \frac{K_I}{K_p} \left| 1 - RC \frac{K_I}{K_p} \right|)} \quad (59)$$

با مرتب‌کردن (۵۹) نسبت به ضریب انتگرال‌گیر کنترل‌کننده PI و حذف قدرمطلق‌ها، دو نامعادله زیر به دست می‌آید

$$\frac{K_p}{RC} (1 - \frac{RK_p}{2}) < K_I < \frac{K_p}{RC} (1 + \frac{RK_p}{2}) \quad (60)$$

در اینجا پارامتر آشفستگی $\varepsilon = L/(R^r C)$ ، برابر نسبت ثابت زمانی جریان به ثابت زمانی ولتاژ است که کمیتی بدون بعد بوده و از لحاظ عملی در مدل‌ها، مقداری کوچک می‌باشد. برای اثبات پایداری سیستم از قضیه ۱ معرفی شده در بخش ۳-۲ استفاده می‌شود.

۴-۲-۱ پایداری مدل تقلیل‌یافته

معادلات دینامیکی (۴۵) و (۴۶) به شکل معادلات استاندارد آشفستگی منفرد مطرح شده در (۹) و (۱۰) با $n = m = 1$ می‌باشد. ریشه مجزای معادله $g(x(t), z(t)) = 0$ که به آن جواب شبه‌مانای $z(t)$ نیز گفته می‌شود برابر است با

$$z(t) = h(x(t)) = (1 - RC \frac{K_I}{K_p}) x(t) \quad (47)$$

با توجه به این که مقدار هر تابعی از قدرمطلق خود کوچک‌تر است، داریم

$$(1 - RC \frac{K_I}{K_p}) x(t) \leq \left| 1 - RC \frac{K_I}{K_p} \right| |x(t)| = \xi(|x(t)|)$$

چون $|1 - RC(K_I/K_p)| \neq 0$ مقداری ثابت و با فرض $\xi(0) = 0$ مثبت می‌باشد و نیز $\xi(|x(t)|)$ اکیداً صعودی بوده و $\xi(0) = 0$ است، بنابراین $\xi(\cdot)$ تابعی متعلق به کلاس κ می‌باشد. با جاگذاری جواب شبه‌مانای (۴۷) در (۴۶)، مدل سیستم تقلیل‌یافته به صورت (۴۸) حاصل می‌شود

$$f(x(t), h(x(t))) = -RC \frac{K_I}{K_p} x(t) \quad (48)$$

کاندیدای تابع لیاپانوف برای سیستم تقلیل‌یافته به صورت (۴۹) در نظر گرفته می‌شود

$$V(x(t)) = \frac{1}{r} [x(t)]^r \quad (49)$$

با مشتق‌گیری از (۴۹) نسبت به زمان خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t), h(x(t))) \\ &= -RC \frac{K_I}{K_p} [x(t)]^r \end{aligned} \quad (50)$$

با مقایسه (۵۰) با نامعادله (۱۶) نتیجه می‌شود

$$\begin{cases} \alpha_r = RC \frac{K_I}{K_p} \\ \psi_r(x(t)) = |x(t)| \end{cases} \quad (51)$$

که با فرض $K_I/K_p > 0$ ، ثابت α_r و تابع $\psi_r(x(t))$ شرایط لازم مطرح شده در قضیه ۱ را دارا می‌باشند.

۴-۲-۲ پایداری مدل لایه مرزی

با جاگذاری جواب شبه‌مانای (۴۷) در (۱۵) و با توجه به (۴۶) و ساده‌سازی معادلات، مدل لایه مرزی (۵۲) به دست می‌آید

$$\frac{dy(\tau)}{d\tau} = -\frac{LK_p}{RC} y(\tau) \quad (52)$$

برای این مدل، تابع لیاپانوف به صورت (۵۳) در نظر گرفته می‌شود

$$W(x(\tau), y(\tau)) = \frac{1}{r} [y(\tau)]^r \quad (53)$$

جدول ۱: مشخصات مبدل باک [۵].

L	۱ mH
C	۴ μ F
R	۴۰ Ω
E	۱۰ V

اولیه مختلف برای مبدل با مشخصات جدول ۱ و ضرایب انتخاب شده (۶۲)، به صورت شکل ۸ در نرم افزار Matlab و در مدت زمان شبیه سازی ۲ میلی ثانیه رسم شده است. چنانچه مشاهده می شود به ازای هر شرط اولیه دلخواه، سیستم در نهایت به سمت ناحیه بسیار کوچک حول نقطه تعادل همگرا می شود.

۲-۵ عملکرد مبدل با ساختار پیشنهادی در حضور

نامعینی ها و اغتشاشات و مقایسه با ساختار PI-PI

به منظور نشان دادن مقاومت سیستم در برابر نامعینی بار و اغتشاشات ورودی و نیز ردیابی مرجع ولتاژ، شکل موج ولتاژ و جریان تحت تغییرات پله ای بار، ورودی و مرجع ولتاژ، از شبیه سازی استخراج شده است. البته خاطر نشان می شود که در قسمت نظری، تضمینی برای پایداری و مقاومت مبدل در برابر نامعینی ها و اغتشاشات ارائه نشده و با این حال برای نشان دادن مزیت کنترل آشناری مسئله مقاومت سیستم به صورت شبیه سازی مورد بررسی قرار گرفته است. ضمناً برای مقایسه ساختار پیشنهادی با روش PI-PI، مبدل باک با مشخصات جدول ۱ و با استفاده از کنترل کننده های معرفی شده در [۴] نیز شبیه سازی شده که مدل شبیه سازی شده در فضای نرم افزار Matlab به صورت شکل ۹ می باشد. ضرایب کنترل کننده نیز به صورت زیر حاصل می شود

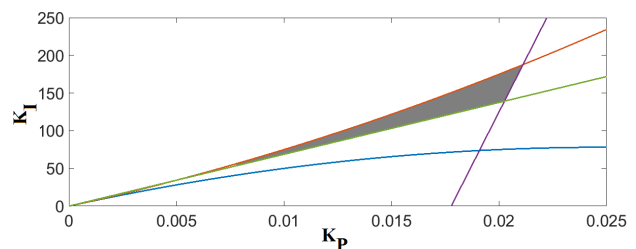
$$\begin{cases} K_{Pv} = 0.25 \\ K_{Iv} = 156.25 \end{cases} \quad (63)$$

$$\begin{cases} K_{Pi} = 25 \\ K_{Ii} = 1562500 \end{cases} \quad (64)$$

که (۶۳) ضرایب کنترل کننده حلقه بیرونی ولتاژ و (۶۴) ضرایب کنترل کننده حلقه داخلی جریان می باشد. ضمناً فرکانس کلیدزنی برای هر دو حالت برابر ۱۰۰ کیلوهرتز در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده از شبیه سازی هر دو ساختار پیشنهادی و PI-PI برای حالت نامی هم زمان در شکل ۱۰ و نتایج در حضور نامعینی بار و اغتشاشات ورودی و نیز ردیابی مرجع ولتاژ در شکل های ۱۱ تا ۱۳ آورده شده است. در نهایت جدول ۲ برای مقایسه دو ساختار تنظیم شده است. چنانچه از نتایج به دست آمده از شبیه سازی و مقادیر جدول ۲ مشهود است مبدل با ساختار پیشنهادی در برابر تغییرات پله ای بار و ورودی مقاوم بوده و مرجع ولتاژ را به خوبی دنبال می کند. اگرچه برآورده شدن محدودیت های جریان و ولتاژ فقط برای حالت نامی تضمین شده اند، ولی نتایج شبیه سازی نشان می دهد که حتی حین اعمال اغتشاشات نیز همچنان این محدودیت ها برآورده شده اند. ضمناً با توجه به نتایج به دست آمده از جدول ۲ نتیجه می شود که فراجاهش ساختار پیشنهادی در برخی موارد نسبت به PI-PI کاهش پیدا کرده و سیستم به لحاظ دینامیکی و سرعت پاسخدهی از وضعیت مطلوب تری برخوردار است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله، پایداری مجانبی مبدل باک کنترل شده با ساختار کنترلی



شکل ۳: ناحیه مجاز ضرایب کنترلر PI برای مبدل باک نوعی.

نهایتاً ناحیه مجاز برای انتخاب ضرایب کنترل کننده برای پایداری مجانبی سیستم، از اشتراک نواحی به دست آمده از نامعادلات (۳۵)، (۳۶) و (۴۰) و با فرض $K_p > 0$ و $K_I > 0$ به دست می آید. قضیه ۲ نتایج به دست آمده را به صورت خلاصه بیان می نماید.

قضیه ۲: مبدل باک با معادلات دینامیکی (۵) و (۶) را در نظر بگیرید. کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (۲۵) و کنترل کننده مد لغزشی (۲۷)، با ساختار کنترلی آشناری شکل ۲، این مبدل را حول نقطه تعادل (۴۰) به کمک توابع لیاپانوف (۴۹) و (۵۳) در محدوده $v_o(\min) \leq v_o(t) \leq v_o(\max)$ و $i_L(\min) \leq i_L(t) \leq i_L(\max)$ پایداری مجانبی می نماید به شرطی که در کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (۲۵) ضرایب $K_p > 0$ و $K_I > 0$ محدودیت های (۳۵)، (۳۶) و (۴۰) را ارضا نماید.

۵- نتایج شبیه سازی

۱-۵ عملکرد مبدل با ساختار پیشنهادی در حالت نامی

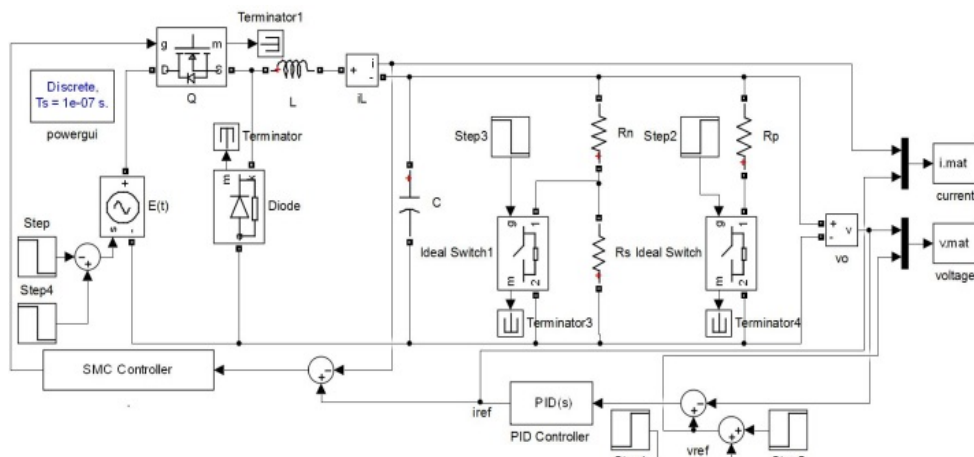
برای اعتبارسنجی نتایج به دست آمده، یک مبدل باک نوعی را که مشخصات آن در جدول ۱ آمده است در نظر بگیرید. در این مقاله، هدف دنبال کردن مقدار مرجع ۸ ولتی توسط مبدل باک با استفاده از انتخاب ضرایب مناسب از ناحیه به دست آمده با روش آشفتگی منفرد می باشد. فرض کنید متغیرهای حالت، مجاز به ۱۵٪ بالازدگی نسبت به مقادیر نامی خود باشند. با توجه به این که مقادیر نامی ولتاژ خروجی و جریان سلف به ترتیب برابر ۸ ولت و ۰/۲ آمپر می باشند، محدوده تغییرات آنها به صورت زیر است

$$\begin{cases} 0 \leq v_o(t) \leq 9.2V \\ 0 \leq i_L(t) \leq 0.23A \end{cases} \quad (61)$$

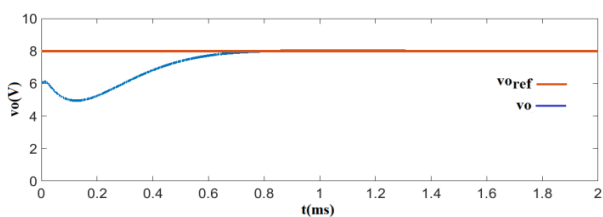
با جاگذاری پارامترهای مبدل از جدول ۱ و نیز بیشینه و کمینه ولتاژ و جریان در نامعادلات (۳۵)، (۳۶) و (۴۰) و رسم این نواحی با استفاده از نرم افزار Matlab، ناحیه جواب بر اساس پارامترهای کنترل کننده به صورت شکل ۳ می باشد. سیستم مبدل باک در محیط Matlab-Simulink شبیه سازی شده و نتایج برای شرایط اولیه مختلف استخراج گردیده است. مدل شبیه سازی شده در فضای نرم افزار Matlab به فرم شکل ۴ می باشد. در این شبیه سازی ضرایب کنترل کننده در نقطه دلخواهی از ناحیه مجاز به صورت زیر در نظر گرفته شده است

$$\begin{cases} K_p = 0.21 \\ K_I = 185 \end{cases} \quad (62)$$

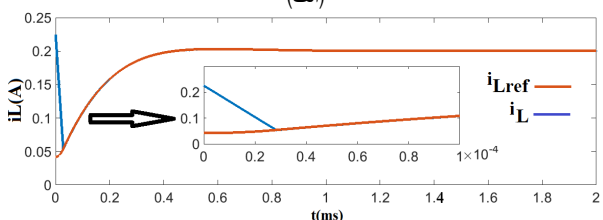
نتایج استخراج شده، شامل ولتاژ خروجی و جریان سلف می باشد که به همراه مقادیر مرجعشان در شکل های ۵ تا ۷ ترسیم شده است. در تمامی نتایج استخراج شده، سیستم به همسایگی بسیار کوچک از نقطه تعادل رسیده و مقادیر مجاز برای بالازدگی ولتاژ و جریان نیز برآورده شده است. مسیرهای حالت با در نظر گرفتن مراحل رسیدن و لغزش به ازای شرایط



شکل ۴: مدل شبیه‌سازی شده ساختار پیشنهادی در فضای Matlab.

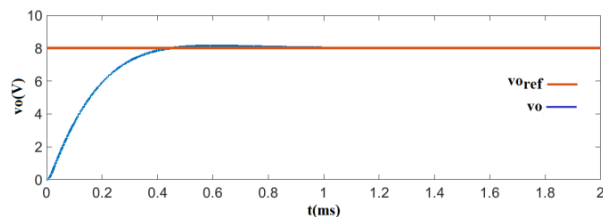


(الف)

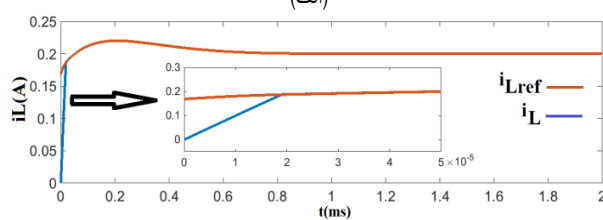


(ب)

شکل ۷: نتایج شبیه‌سازی ساختار پیشنهادی با حالت اولیه (۰٫۲۲ A و ۶ V)، (الف) ولتاژ خروجی و (ب) جریان سلف.

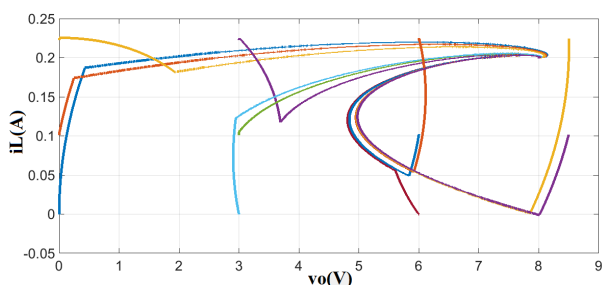


(الف)



(ب)

شکل ۵: نتایج شبیه‌سازی ساختار پیشنهادی با حالت اولیه (۰ A و ۰ V)، (الف) ولتاژ خروجی و (ب) جریان سلف.

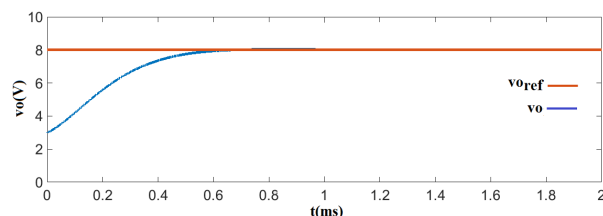


شکل ۸: مسیرهای حالت مبدل باک نوعی با در نظر گرفتن مراحل رسیدن و لغزش.

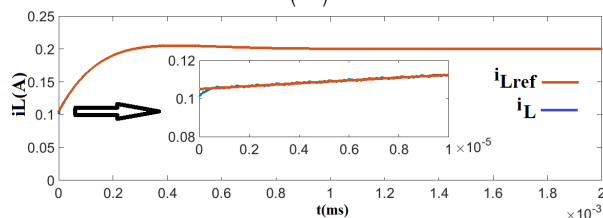
به ازای شرایط اولیه مختلف و ضرایب کنترل کننده ثابت، پایدار مجانبی بوده و تمامی محدودیت‌های در نظر گرفته شده اعم از بالازدگی مجاز ولتاژ خروجی و جریان سلف برآورده شده است. ضمناً ساختار پیشنهادی در برابر نامعینی بار و اغتشاشات ورودی مقاوم بوده و همچنین ردیابی مرجع ولتاژ به خوبی انجام می‌شود. مقایسه ساختار پیشنهادی با ساختار PI-PI نیز چنین نتیجه می‌دهد که فراجهدش ساختار پیشنهادی در برخی موارد نسبت به PI-PI کاهش پیدا کرده و سیستم به لحاظ دینامیکی و سرعت پاسخدهی از وضعیت مطلوب‌تری برخوردار است.

مراجع

[1] M. H. Rashid, M. Kumar, and A. R. Kulkarni, *Power Electronics Circuits, Devices and Applications*, Pearson, 2014.



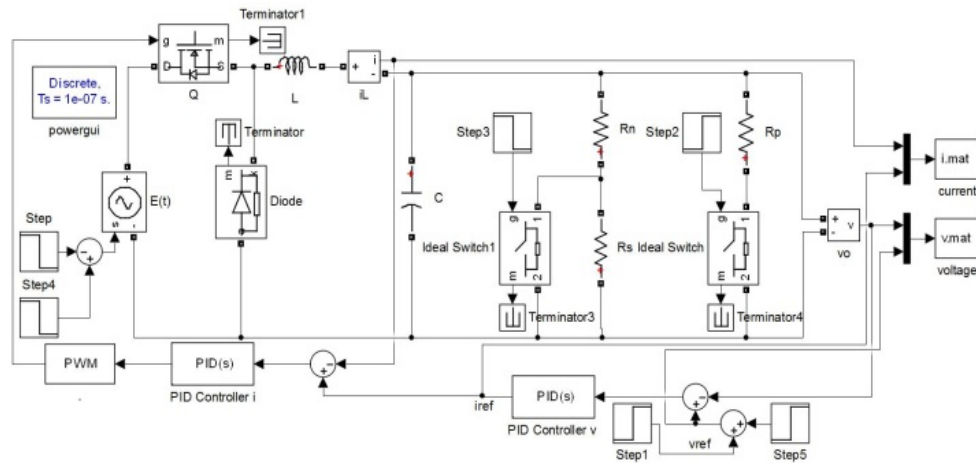
(الف)



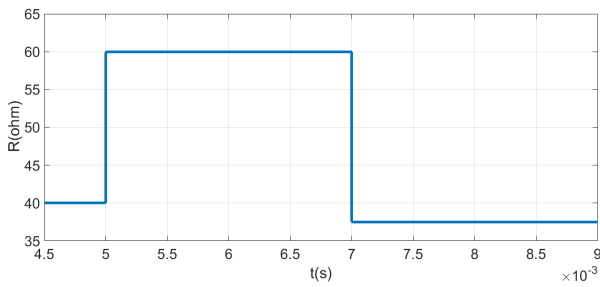
(ب)

شکل ۶: نتایج شبیه‌سازی ساختار پیشنهادی با حالت اولیه (۰٫۱ A و ۳ V)، (الف) ولتاژ خروجی و (ب) جریان سلف.

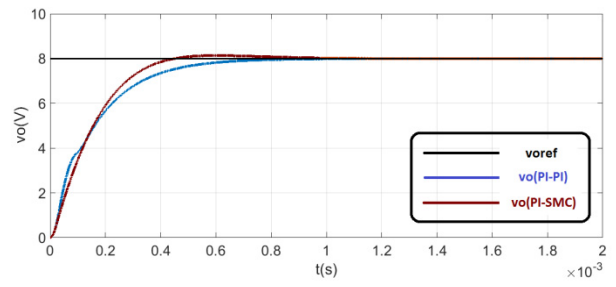
آبشاری با استفاده از نظریه آشفتگی منفرد به طور نظری مورد بررسی قرار گرفت. نامعادلات به دست آمده از مراحل اثبات پایداری، یک ناحیه مجاز را برای انتخاب ضرایب کنترل کننده به صورت تابعی از پارامترهای مبدل مشخص می‌کند. سپس با انتخاب یک مجموعه معین از این ضرایب، سیستم به ازای شرایط اولیه مختلف شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل از آن استخراج شده است. مطابق با نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی، سیستم



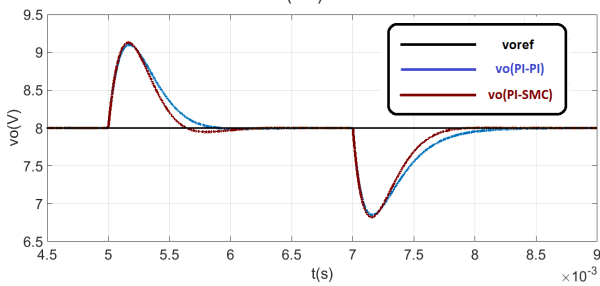
شکل ۹: مدل شبیه‌سازی شده ساختار PI-PI در فضای Matlab.



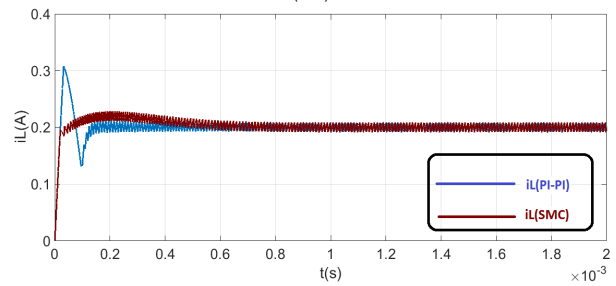
(الف)



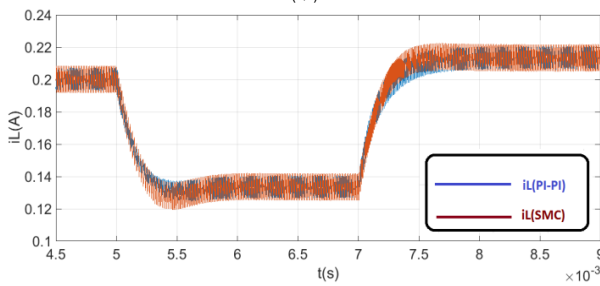
(الف)



(ب)



(ب)



(ج)

شکل ۱۰: نتایج شبیه‌سازی PI-PI و PI-SMC در حالت نامی، (الف) ولتاژ خروجی و (ب) جریان سلف.

شکل ۱۱: نتایج شبیه‌سازی PI-PI و PI-SMC در حضور نامعینی بار، (الف) تغییرات مقاومت بار، (ب) ولتاژ خروجی و (ج) جریان سلف.

[11] C. Guo, Q. Song, and W. Cai, "A neural network assisted cascade control system for air handling unit," *IEEE Trans. Industrial Electronic*, vol. 54, no. 1, pp. 620-628, Feb. 2007.

[12] S. Rees, "New cascaded control system for current-source rectifiers," *IEEE Trans. Industrial Electronic*, vol. 52, no. 3, pp. 774-784, Jun. 2005.

[13] A. R. Cukla, R. C. Izquierdo, F. A. Borges, E. A. Perondi, and F. J. Lorini, "Optimum cascade control tuning of a hydraulic actuator based on firefly metaheuristic algorithm," *IEEE Latin America Trans.*, vol. 16, no. 2, pp. 384-390, Feb. 2018.

[14] M. A. Mahar and A. S. Larik, "Performance assessment of buck converter using single and cascade control loops," in *Proc. of the Int. Conf. on Industrial Engineering and Operations Management*, pp. 948-954, Pilsen, Czech Republic, 23-26 Jul. 2019.

[2] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, Kluwer Academic, 2004.

[3] F. L. Luo and H. Ye, *Advanced DC/DC Converters*, CRC Press, 2017.

[4] K. M. Tsang and W. L. Chan, "Cascade controller for DC/DC buck converter," *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 152, no. 4, pp. 827-831, Jul. 2005.

[5] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*, CRC Press, 2009.

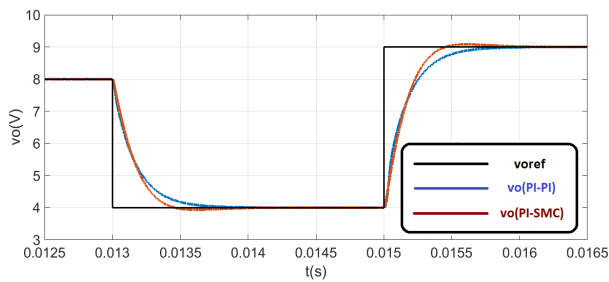
[6] A. B. Corripio, *Tuning of Industrial Control Systems*, 2nd Edition, ISA, 2001.

[7] Y. Zhong and Y. Luo, "Comparative study of single-loop control and cascade control of third-order object," *Procedia Engineering*, vol. 15, pp. 783-787, 2011.

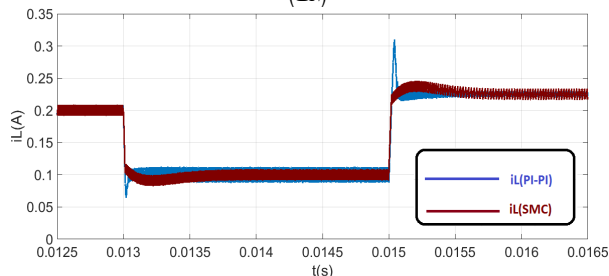
[8] S. Garai, R. Maity, S. Das, S. Chakraborty, and S. Ghosh, "A review of tuning method for cascade control," *International J. of Engineering and Management Research*, vol. 6, no. 5, pp. 61-69, Sep./Oct. 2016.

[9] Y. I. Son, I. H. Kim, D. S. Choi, and H. Shim, "Robust cascade control of electric motor drives using dual reduced-order PI observer," *IEEE Trans. Industrial Electronic*, vol. 62, no. 6, pp. 3672-3682, Jun. 2015.

[10] L. V. Bellinaso, H. H. Figueira, M. F. Basquera Jr., R. P. Vieira, H. A. Grundling, and L. Michels, "Cascade control with adaptive voltage controller applied to photovoltaic boost converters," *IEEE Trans. Industrial Electronic*, vol. 55, no. 2, pp. 1903-1912, Mar./Apr. 2019.

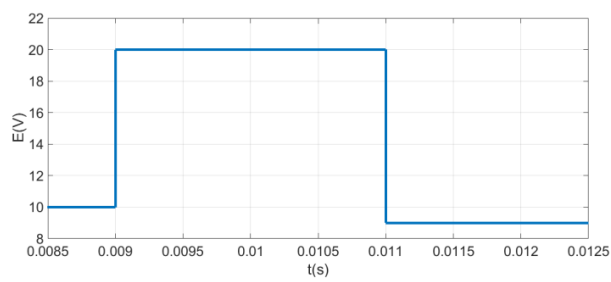


(الف)

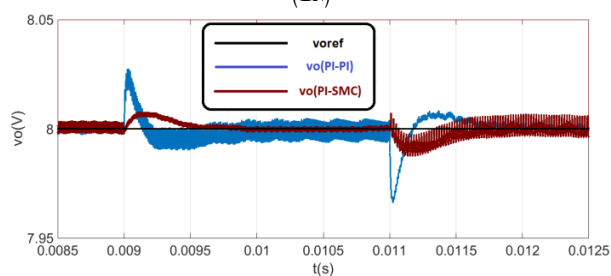


(ب)

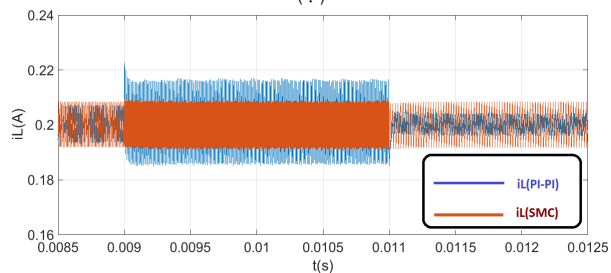
شکل ۱۳: عملکرد PI-SMC و PI-PI در ردیابی مرجع ولتاژ، و ولتاژ خروجی با تغییرات مرجع ولتاژ و (ب) جریان سلف.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۲: نتایج شبیه‌سازی PI-SMC و PI-PI در حضور اغتشاشات ورودی، (الف) تغییرات ورودی، (ب) ولتاژ خروجی و (ج) جریان سلف.

جدول ۲: پارامترهای حالت گذرای به دست آمده از شبیه‌سازی.

زمان نشست (%۲)		درصد فراجهش یا فروجهش جریان		درصد فراجهش یا فروجهش ولتاژ		حالت نامی
PI-PI	PI-SMC	PI-PI	PI-SMC	PI-PI	PI-SMC	
۶۲۰	۴۰۰	۵۴	۱۴	-	۱،۷۵	حالت نامی
۶۲۰	۵۲۰	-	-	۱۳،۸	۱۴،۱۲	افزایش ۵۰٪ بار نامی
۷۴۰	۶۰۰	-	-	۱۴،۴	۱۴،۷	کاهش ۶۲٪ بار نامی
-	-	-	-	۰،۳۴	۰،۱	افزایش ۵۰٪ ورودی
-	-	-	-	۰،۴۳	۰،۱۶	کاهش ۴۰٪ ورودی
۵۴۰	۳۷۰	۳۵	۱۴	-	۰،۸۹	افزایش ۶۲٪ مرجع ولتاژ
۶۲۰	۴۰۰	۲۸	۸،۹	-	۱،۶۲	کاهش ۵۰٪ مرجع ولتاژ

[20] M. Hejri and H. Mokhtari, "Hybrid predictive control of a DC-DC boost converter in both continuous and discontinuous current modes of operation," *Optim. Control Appl. Meth.*, vol. 32, no. 3, pp. 270-284, Jan. 2010.

[۲۱] م. هجری، "مدل‌سازی و کنترل هیبرید سرتاسری مبدل DC-DC باک-بوست به وسیله سیستم‌های دینامیکی-منطقی مخلوط"، نشریه مهندسی برق و مهندسی کامپیوتر ایران، شماره ۱، سال ۱۷، صص. ۱-۱۲، بهار ۱۳۹۸.

[22] V. S. C. Raviraj and P. C. Sen, "Comparative study of proportional-integral, sliding mode, and fuzzy logic controllers for power converters," *IEEE Trans. Industry App.*, vol. 33, no. 2, pp. 518-524, Mar./Apr. 1997.

[23] C. Asma, A. Zaidi, and Z. Nadia, "Dual loop control of DC-DC boost converter based cascade sliding mode control," in *Proc. G Int. Conf. on Green Energy Conversion Systems, GECS'17*, 6 pp., Hammamet, Tunisia, 23-25 Mar. 2017.

[24] B. M. David and K. K. Sreeja, "PID and sliding mode control of buck power converter as a smooth starter for DC motor," *International J. of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, vol. 4, no. 8, pp. 7108-7115, Aug. 2015.

[15] K. M. Tsang and W. L. Chan, "Non-linear cascade controller of DC/DC buck converter," *Electric Power Components and Systems*, vol. 36, no. 9, pp. 977-989, Aug. 2008.

[16] O. Rabiaa, B. H. Mouna, S. Lassaad, F. Aymen, and A. Aicha, "Cascade control loop of DC-DC boost converter using PI controller," in *Proc. Int. Symp. on Advanced Electrical and Communication Technologies, ISAECT'18*, 5 pp., Rabat, Morocco, 21-23 Nov. 2018.

[17] V. D. Yurkevich, "PWM controller design based on singular perturbation technique: a case study of buck-boost converter," in *Proc. 18th IFAC World Congress*, pp. 9739-9744, Milano, Italy, 28 Aug.-2 Sep. 2011.

[18] E. A. Aksenov and V. D. Yurkevich, "Cascaded control system design for a Cuk converter via singular perturbation approach," in *Proc. 16th Int. Conf. on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM*, pp. 534-54, Erlagol, Russia, 29 Jun.-3 Jul. 2015.

[19] Z. Wu, J. Zhao, and J. Zhang, "Cascaded PID control of buck-boost-type DC/DC power converter," in *Proc. 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 8467-8471, Dalian, China, 21-23 Jun. 2006.

- [39] M. Kiani Oshtorjani, A. Mikkola, and P. Jalali, "Numerical treatment of singularity in hydraulic circuits using singular perturbation theory," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 24, no. 1, pp. 144-153, Feb. 2019.
- [40] M. Kamenski, P. Nistri, and M. Quincampoix, "Sliding mode control of uncertain systems: a singular perturbation approach," *IMA J. of Mathematical Control and Information*, vol. 19, no. 4, pp. 377-398, Dec. 2002.
- [41] A. J. Forsyth and S. V. Mollov, "Modeling and control of DC-DC converters," *Power Engineering J.*, vol. 12, no. 5, pp. 229-236, Oct. 1998.
- [42] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.
- [25] H. Guldemir, "Sliding mode control of DC-DC boost converter," *J. of Applied Sciences*, vol. 5, no. 3, pp. 588-592, Mar. 2005.
- [26] L. Ahmethodzic, N. Hadzimejlic, and A. Ahmethodzic, "Cascade SMC control of Cuk converter for telecommunication systems power supply," in *Proc. Int. Symp. on Telecommunication*, 5 pp., Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 27-29 Oct. 2014.
- [27] Z. Chen, W. Gao, J. Hu, and X. Ye, "Closed-loop analysis and cascade control of a nonminimum phase boost converter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 26, no. 4, pp. 1237-1252, Apr. 2011.
- [28] Z. Chen, "PI and sliding mode control of a Cuk converter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 27, no. 8, pp. 3695-3703, Aug. 2012.
- [29] F. Ahmad, A. Rasool, E. E. Ozsoy, A. Sabanovic, and M. Elitas, "A robust cascaded controller for DC-DC boost and Cuk converters," *World J. of Engineering*, vol. 14, no. 5, pp. 459-466, Oct. 2017.
- [30] N. Genc, H. Uzmus, and I. Iskender, "Dynamic behavior of DC-DC boost converter controlled with cascade PI-ASC," in *Proc. Electronics, Computer and Artificial Intelligence, ECAI'16*, 4 pp., Ploiesti, Romania, 30 Jun.- 2 Jul. 2016.
- [31] E. A. Aksenov and V. D. Yurkevich, "Sliding mode and time-scales in control system design for a Cuk converter," in *Proc. 17th Int. Conf. on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM*, pp.401-406, 30 Jun.- 4 Jul. 2016.
- [32] E. A. Aksenov and V. D. Yurkevich, "Control system design based on sliding mode control and singular perturbation technique for a Cuk converter," in *Proc. 13th Int. Scientific-Technical Conf. on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering, APEIE'16*, vol. 3, pp. 77-82, 3-6 Oct. 2016.
- [33] K. Al-Hosani, A. Malinin, and V. I. Utkin, "Sliding mode PID control of buck converters," in *Proc. European Control Conf.*, pp. 2740-2744, Budapest, Hungary, 23-26 Aug. 2009.
- [34] H. Li and X. Ye, "Sliding-mode PID control of DC-DC converter," in *Proc. 5th IEEE Conf. on Industrial Electronics and Applications*, pp. 730-734, Taichung, Taiwan, 15-17 Jun. 2010.
- [35] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 2002.
- [36] P. Kokotovic, H. K. Khalil, and J. O'Reilly, *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*, Philadelphia, PA: SIAM, 1999.
- [37] M. A. Khosravi and H. D. Thaghirad, "Dynamic modeling and control of parallel robots with elastic cables: singular perturbation approach," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 30, no. 3, pp. 694-704, Jun. 2014.
- [38] G. Cimatti, "A singular perturbation problem in magnetohydrodynamics," *IMA J. of Applied Mathematics*, vol. 75, no. 2, pp. 240-245, Apr. 2010.

سجاد آذراستمال تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی مهندسی برق - الکترونیک در سال ۱۳۸۸ از دانشگاه اصفهان و در مقطع کارشناسی ارشد مهندسی برق - قدرت در سال ۱۳۹۰ از دانشگاه صنعتی سهند به پایان رسانده است و هم‌اکنون دانشجوی دکتری مهندسی برق - قدرت در دانشگاه صنعتی سهند می‌باشد. نام‌برده از سال ۱۳۹۵ به عنوان مدرس و هنرآموز برق - الکتروتکنیک در هنرستان فنی و حرفه‌ای می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: میدل‌های الکترونیک قدرت و سیستم‌های غیرخطی.

محمد هجری مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را به‌ترتیب در سال‌های ۱۳۷۹ و ۱۳۸۱ در مهندسی برق، گرایش قدرت از دانشگاه‌های تبریز و صنعتی شریف دریافت نمود. وی موفق به اخذ مدرک دکتری خود در سال ۱۳۸۹ در مهندسی برق و در قالب برنامه همکاری مشترک بین دانشگاه صنعتی شریف و دانشگاه کالیاری ایتالیا گردید. نام‌برده همکاری‌های متعددی با صنایع و مراکز تحقیقاتی مختلف من جمله شرکت ریخته‌گری تراکتورسازی ایران، شرکت فولاد خوزستان، شرکت برق منطقه‌ای آذربایجان، پالایشگاه تبریز و مرکز تحقیقات نیرو (متن) داشته است. همچنین وی در سال ۱۳۸۹ موفق به دریافت بورسیه دوره پسادکتری از دانشکده مهندسی برق دانشگاه KTH سوئد گردید. نام‌برده از سال ۱۳۹۱ تاکنون به عنوان عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی سهند تبریز مشغول به فعالیت می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه وی مشتمل بر نظریه کنترل و کاربردهای آن در الکترونیک قدرت، انرژی‌های نو و سیستم‌های قدرت می‌باشد.