

# طراحی ماتریس کواریانس برای افزایش SINR در حضور تداخل کننده‌های وابسته به سیگنال

مصطفی بوالحسنی، سجاد ایمانی و سیدعلی قرشی

چکیده: در این مقاله، مسئله طراحی ماتریس کواریانس جهت بیشینه کردن نسبت سیگنال به نویز به علاوه تداخل (SINR) در گیرنده برای رادارهای چندورودی- چندخروجی (MIMO) در نظر گرفته شده است. هدف از این پژوهش، طراحی ماتریس کواریانس است که دارای قابلیت حذف تعداد تداخل بیشتری در مقایسه با رادارهای آرایه فازی و روش‌های اخیر طراحی ماتریس کواریانس بوده و همچنین دارای SINR بیشتری نسبت به آنها و رادار MIMO با شکل موج‌های متعامد باشد. در این مقاله حداکثر SINR ماتریس پیشنهادی به شکل بسته محاسبه شده و نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد ماتریس پیشنهادی علاوه بر دارا بودن کارایی بهتر نسبت به روش‌های موجود طراحی ماتریس کواریانس، می‌تواند با استفاده از چندگانگی شکل موج و با تعداد آنتن‌های برابر، تعداد تداخل کننده‌های بیشتری را نسبت به رادار آرایه فازی و روش‌های اخیر طراحی ماتریس کواریانس، حذف کند. نتایج شبیه‌سازی دستاوردهای تحلیلی ارائه شده در این مقاله را تأیید می‌کند.

فرستنده، سطح مقطع راداری یکسانی را مشاهده کند. این پیکربندی می‌تواند موجب قابلیت تشخیص پارامتر بهتر [۷] و ظرفیت حذف تداخل بیشتری شده و با انعطاف‌پذیری بیشتر، موجب طراحی الگوی توان<sup>۵</sup> بهتری شود [۳]. در این مقاله رادار MIMO با آنتن‌های هم‌مکان در نظر گرفته می‌شود.

یکی از مهم‌ترین مسایل در رادارهای MIMO مسئله طراحی شکل موج است [۸] تا [۱۹]. عموماً هدف مسئله طراحی شکل موج، به دست آوردن یک الگوی توان مطلوب یا متمرکز کردن توان ارسالی در جهت‌های مشخصی از طریق طراحی ماتریس کواریانس  $R$  شکل موج‌های ارسالی است. فرایند طراحی شکل موج به دو دسته اصلی تقسیم می‌شود؛ دسته اول تنها مسئله طراحی شکل موج را در فرستنده در نظر می‌گیرد و نیازمند دو گام برای طراحی شکل موج ارسالی است: الف) محاسبه ماتریس کواریانس  $R$  شکل موج‌های ارسالی و ب) تحقق شکل موج ارسالی به منظور برآورده کردن ماتریس کواریانس  $R$ .

کلیدواژه: رادار MIMO، طراحی شکل موج، ماتریس کواریانس، SINR.

## ۱- مقدمه

برخی از مقالات مانند [۸]، [۱۰]، [۱۱] و [۱۵] شامل طراحی ماتریس کواریانس  $R$  شکل موج‌های ارسالی هستند (گام اول). نویسندگان [۱۰] رابطه‌ای بین الگوی توان فضایی و ماتریس کواریانس  $R$  به دست آورده‌اند و نشان داده‌اند که با طراحی  $R$ ، تقریب‌زدن یک الگوی توان مطلوب، ممکن است. یک الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی<sup>۶</sup> در [۸] بیان شده که الگوی توان مطلوب را با الگوی حاصل از طراحی  $R$  انطباق می‌دهد. در [۱۱] یک روش به شکل بسته بر اساس مجموع بیم‌های رادار آرایه فازی به منظور طراحی  $R$  بدون در نظر گرفتن محدودیت‌ها (قیدهای عملی) بیان شده است اما نتایج این روش دارای سطوح لوب جانبی<sup>۷</sup> بالایی در الگوی توان خود است. یک روش دیگر که مجدداً به شکل بسته برای آرایه خطی یکنواخت<sup>۸</sup> در [۱۵] بیان شده، بر اساس ضرایب تبدیل فوریه گسسته<sup>۹</sup> (DFT) و ماتریس Toeplitz است. این روش در مقایسه با روش بازگشتی معرفی شده در [۹] دارای پیچیدگی محاسباتی کمتری بوده اما به تعداد زیادی آنتن نیاز دارد. بعد از طراحی ماتریس کواریانس، شکل موج‌های قابل پیاده‌سازی در عمل که ماتریس کواریانس آنها نزدیک به  $R$  است تحت برخی از محدودیت‌های عملی تولید می‌شوند [۹] و [۱۲].

برخلاف رادارهای متداول آرایه فازی که یک شکل موج یکسان با ضرایب شکل‌دهی بیم مختلف را از طریق آنتن‌های خود ارسال می‌کنند [۱]، رادارهای MIMO<sup>۱</sup> می‌توانند از هر یک از آنتن‌های خود، شکل موج‌های متفاوت متعامد و یا همبسته ارسال کنند. این امر موجب داشتن درجه آزادی بیشتری نسبت به رادارهای آرایه فازی می‌شود [۲] و در سال‌های اخیر به طور قابل توجهی نظر محققین را به خود جلب کرده است. رادارهای MIMO بر حسب موقعیت آنتن‌ها به دو دسته رادار با آنتن‌های هم‌مکان<sup>۲</sup> [۳] و آنتن‌های گسترده<sup>۴</sup> [۴] تقسیم می‌شوند. در رادارهای MIMO گسترده، آنتن‌های فرستنده به منظور مشاهده جنبه‌های مختلف از سطح مقطع راداری<sup>۴</sup> اهداف، به دور از یکدیگر قرار دارند و این امر موجب افزایش کارایی آشکارسازی [۵] و تفکیک‌پذیری [۶] در مکان‌یابی اهداف می‌شود. در رادارهای MIMO هم‌مکان، آنتن‌های فرستنده و گیرنده نزدیک به یکدیگر قرار دارند تا تمامی آنتن‌های

این مقاله در تاریخ ۹ فروردین ماه ۱۳۹۴ دریافت و در تاریخ ۲۹ مهر ماه ۱۳۹۶ بازنگری شد.

مصطفی بوالحسنی، آزمایشگاه رادیواگه، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، (email: m\_bolhasani@sbu.ac.ir).

سجاد ایمانی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، (email: sa\_imani@sbu.ac.ir)

سیدعلی قرشی، آزمایشگاه رادیواگه، دانشکده مهندسی برق و پژوهشکده فضای مجازی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، (email: a\_ghorashi@sbu.ac.ir).

1. Multiple-Input Multiple-Output
2. Colocated
3. Widely Separated
4. Radar Cross Section

5. Beam Pattern

6. Sequential Quadratic Programming

7. Side Lobe Levels

8. Uniform Linear Array

9. Discrete Fourier Transform

10. Constant Envelope

به ازای هر تعداد آنتن فرستنده دارای مرتبه ۲ است، در آن از حداکثر چندگانگی شکل موج استفاده نمی‌شود و بنابراین تعداد تداخل‌کننده‌های کمتری را می‌تواند حذف کند.

از این رو در این مقاله، یک ماتریس کواریانس پیشنهاد می‌شود که دارای مرتبه ۳ بوده و بنابراین دارای درجه چندگانگی بزرگ‌تری نسبت به ماتریس کواریانس پیشنهاد شده در [۱۳] است. نشان می‌دهیم که حداکثر SINR قابل دستیابی (که به شکل بسته محاسبه شده است) به وسیله این ماتریس، نصف SINR در رادار آرایه فازی است (در حالت عدم وجود تداخل وابسته به سیگنال). در صورتی که حداکثر SINR روش [۱۳] حدود ۰/۴ رادار آرایه فازی است. همچنین در شبیه‌سازی‌ها نشان داده‌ایم که در روش پیشنهادی ما به علت درجه چندگانگی بزرگ‌تر، نسبت به روش [۱۳] و همچنین رادار آرایه فازی، در حضور تعداد تداخل‌کننده‌های زیاد نسبت به تعداد آنتن‌های فرستنده، SINR به دست آمده دارای مقدار بزرگ‌تری است. به بیان دیگر برای حذف تعداد تداخل مشخص، به تعداد آنتن کمتری نیاز دارد و در عمل کاهش تعداد آنتن‌ها مزیت بزرگی به حساب می‌آید.

## ۲- فرمول‌بندی مسئله و ارائه روش پیشنهادی

یک رادار MIMO هم‌مکان با  $M_t$  فرستنده و  $M_r$  گیرنده را در نظر بگیرید. آنتن‌های فرستنده و گیرنده همه‌جهتی<sup>۱۰</sup> هستند. فرض کنید که هر آنتن فرستنده سیگنال  $x_m(n)$  باند باریک متفاوت از دیگر آنتن‌ها ارسال می‌کند که  $m=1, \dots, M_t$  بوده و  $n=1, \dots, N$  نمایه نمونه زمان است.  $N$  تعداد نمونه‌های موجود در هر پالس است. بردار ارسالی در هر نمونه از آرایه فرستنده با بردار  $1 \times M_t$ ،  $x(n)$  نشان داده می‌شود. آن گاه سیگنال دریافتی در موقعیت متناظر با زاویه  $\theta$  برابر است با

$$a_t(\theta)^T x(n), \quad n=1, \dots, N \quad (1)$$

که در این رابطه  $a_t(\theta) = [e^{j\pi f \tau_m(\theta)}, e^{j\pi f \tau_{m+1}(\theta)}, \dots, e^{j\pi f \tau_{M_t}(\theta)}]^T$  بردار تأخیر<sup>۱۱</sup> آرایه فرستنده،  $f$  فرکانس حامل رادار و  $\tau_m(\theta)$  زمان مورد نیاز برای رسیدن سیگنال ارسالی از آنتن  $m$ ام فرستنده به هدف واقع در زاویه  $\theta$  است. در حالت آرایه خطی یکنواخت با فاصله عناصر  $d$ ،  $a(\theta)$  به صورت زیر نوشته می‌شود

$$a_t(\theta) = [1, e^{-\frac{j\pi d \sin \theta}{\lambda}}, \dots, e^{-\frac{j\pi d (M_t-1) \sin \theta}{\lambda}}]^T \quad (2)$$

$\lambda$  طول موج سیگنال ارسالی از رادار است و در این مقاله  $d = \lambda/2$  در نظر گرفته شده است. فرض کنید یک هدف واقع در زاویه  $\theta$  واقع شده و همچنین فرض می‌شود که به تعداد  $Q$  منبع تداخل وابسته به سیگنال در زوایای  $\theta_i, i=1, \dots, Q$  قرار داشته باشند. بنابراین سیگنال دریافتی در گیرنده برابر است با

$$y(n) = \alpha_r a_r(\theta) a_t(\theta)^T x(n) + \sum_{j=1}^Q \alpha_j a_r(\theta_j) a_t(\theta_j)^T x(n) + v(n), \quad n=1, \dots, N \quad (3)$$

که  $\alpha_j$  و  $\alpha_r$  به ترتیب دامنه بازگشتی سیگنال از هدف و از تداخل است. بردار  $1 \times M_r$ ،  $a_r(\theta)$  هادی آرایه گیرنده است. برای آرایه خطی یکنواخت نیز  $a_r(\theta)$  به صورت زیر نوشته می‌شود

توان به توان متوسط<sup>۱</sup> (PAPR) نزدیک به یک باشد. هنگامی که یک شکل موج دارای پوش ثابت است محدودیت PAPR را برآورده می‌کند. در [۹] یک الگوریتم چرخشی که محدودیت PAPR را در نظر می‌گیرد به منظور طراحی شکل موج با ماتریس کواریانس  $R$  معرفی شده است. در [۱۲] نویسندگان، شکل موج‌های PSK را با ماتریس کواریانس  $R$  طراحی کرده‌اند. آنها متغیرهای تصادفی گوسی را با یک تبدیل غیر خطی به نمونه‌های PSK نگاشت می‌کنند. سپس در [۱۶] نویسندگان یک شکل موج را از نمونه‌های QAM<sup>۳</sup> و PAM<sup>۴</sup> تولید می‌کنند. اگرچه برای روش‌های پیشنهادی در [۱۲] و [۱۶] هیچ گونه تضمینی برای تولید شکل موج با ماتریس کواریانس مثبت معین موجود نیست و اگر ماتریس کواریانس شکل موج‌های ارسالی مثبت معین نباشد، در عمل قابل پیاده‌سازی نیست.

همچنین نویسندگان برخی از مقاله‌ها یک شکل موج را در یک گام، بدون در نظر گرفتن قیود PAPR و پوش ثابت، تولید کرده‌اند. در [۱۲] نویسندگان، شکل موج را با پیش‌گذاری خطی به منظور افزایش تخمین زاویه ورود<sup>۵</sup> (DOA) ارسال می‌کنند. در [۱۴] یک ماتریس کواریانس ارسالی با رتبه پایین به منظور تخمین زاویه ورود بدون جستجو معرفی شده است. دسته دوم فرایندهای طراحی شکل موج، هم فرستنده و هم گیرنده رادار را در نظر می‌گیرند. برخی از مقالات، طراحی توأم شکل موج ارسالی و فیلتر گیرنده را بدون در نظر گرفتن تداخل‌های وابسته به سیگنال پیشنهاد داده‌اند. نویسندگان در [۱۸] یک روش بر اساس بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل بین گیرنده رادار و پاسخ هدف، پیشنهاد کرده‌اند. در [۱۹] این روش به حالت چندهدفی<sup>۶</sup> گسترش پیدا کرده است. در [۲۰] یک روش ترتیبی با طراحی بردار شکل‌دهی بیم فرستنده و گیرنده برای حالت تک‌هدفی<sup>۷</sup> و حضور چند تداخل وابسته به سیگنال ارسالی بدون در نظر گرفتن محدودیت‌های شکل موج، بیان شده است. روش [۲۱] پالس ارسالی را به  $P$  زیرپالس تقسیم می‌کند ( $P$  تعداد اهداف است). این روش، بردارهای شکل‌دهی بیم فرستنده و گیرنده در هر زیرپالس را برای یکی از  $P$  هدف طراحی می‌کند و در نهایت، حداقل SINR<sup>۸</sup> هر هدف را بیشینه می‌کند. ما در [۲۲] طراحی شکل موج بر اساس ترکیب خطی چند شکل موج متعامد را در نظر گرفته‌ایم. به این ترتیب، تعداد فیلترهای منطبق، متناظر با نیاز محیط انتشار، طراحی می‌شوند و این روش مبتنی بر بهینه‌سازی محدب است. همه روش‌های ذکر شده در دسته دوم طراحی، مبتنی بر روش‌های بهینه‌سازی هستند و بنابراین دارای پیچیدگی بسیار زیادی بوده و نمی‌توان در کاربردهای بلادرنگ<sup>۹</sup> از آنها استفاده کرد.

لذا اخیراً در [۱۳] یک ماتریس کواریانس پیشنهاد شده که با تمرکز توان در زاویه هدف، توانسته با اختلاف مشخصی به SINR آرایه فازی نزدیک شود (زیرا در حالتی که هیچ تداخلی در محیط موجود نیست رادار آرایه فازی دارای بیشترین SINR است [۱۳]). اما از آنجا که این ماتریس

1. Peak to Average Power Ratio
2. Phase Shift Keying
3. Quadrature Amplitude Modulation
4. Pulse Amplitude Modulation
5. Direction of Arrival
6. Multi Target
7. Single Target
8. Signal-to-Interference-Plus-Noise Ratio
9. Real Time

10. Omni-Directional

11. Steering Vector

همان طور که مشاهده می‌شود SINR دریافتی از رادار آرایه فازی،  $M_t$  برابر رادار MIMO با شکل موج‌های متعامد است زیرا رادار MIMO با شکل موج‌های متعامد توان ارسالی را به صورت یکنواخت پخش می‌کند در حالی که رادار آرایه فازی توان را به سمت هدف متمرکز می‌کند. اما نکته مهم در رادار MIMO چندگانگی شکل موج است که باعث تخمین تعداد پارامتر بیشتری نسبت به رادار آرایه فازی می‌شود. برای همین سعی می‌شود تا با استفاده از رادار MIMO توان به صورتی متمرکز شود تا بتوان هم از خواص رادار MIMO استفاده کرد و هم SINR دریافتی را تا حد ممکن به رادار آرایه فازی نزدیک نمود.

لذا در [۱۳] برای تولید شکل موج‌های ارسالی، یک ماتریس کواریانس پیشنهاد گردیده است. در این مرجع نشان داده شده که با این ماتریس کواریانس می‌توان به لوب‌های جانبی کوچک‌تری نسبت به رادار MIMO و رادار آرایه فازی رسید. حداکثر SINR دریافتی در گیرنده برای این ماتریس برابر است با

$$SINR = \rho M_r \frac{1}{1 - \cos \frac{\pi}{M_t}} \quad (۱۲)$$

وقتی تعداد آنتن‌ها افزایش می‌یابد حداکثر SINR قابل دستیابی از [۱۳] برابر با ۰.۴ حداکثر SINR قابل دستیابی رادار آرایه فازی می‌شود.

### ۲-۲ ماتریس کواریانس پیشنهادی

همان طور که قبلاً نیز ذکر شد می‌توان با طراحی مناسب ماتریس کواریانس، الگوی توان را در فضای مورد علاقه متمرکز کرد. با این کار سیگنال بازگشتی از هدف دارای توان بیشتری نسبت به حالت رادار MIMO با ماتریس کواریانس همانی خواهد بود اما سیگنال‌های بازگشتی آن دارای توان کمتری نسبت به رادار آرایه فازی هستند. از طرفی درجه آزادی رادار MIMO در تخمین پارامتر، بهتر از روش آرایه فازی است. بنابراین جهت بهره‌بردن از مزیت رادار آرایه فازی و مزیت رادار MIMO، ماتریس کواریانس باید پیشنهاد شود که علاوه بر تمرکز توان در ناحیه هدف، دارای رتبه بیشتری نسبت به رادار آرایه فازی باشد. افزایش رتبه ماتریس کواریانس به معنی افزایش تعداد شکل موج‌های مستقل ارسالی است. لذا ما برای ماتریس کواریانس شکل موج‌های ارسالی، با الگو گرفتن از روش به کار گرفته شده در [۱۳]، ماتریس زیر را پیشنهاد می‌دهیم

$$R_p = \begin{bmatrix} 1 & \cos^2 \frac{\pi}{M_t} & \dots & \cos^2 \frac{(M_t-1)\pi}{M_t} \\ \cos^2 \frac{\pi}{M_t} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \cos^2 \frac{\pi}{M_t} \\ \cos^2 \frac{(M_t-1)\pi}{M_t} & \dots & & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

چون ماتریس  $R_p$  متقارن حقیقی است، دارای الگوی توان ارسالی متقارن است (شکل ۱). برای نشان دادن درجه چندگانگی شکل موج این ماتریس باید مقادیر ویژه آن را به دست آوریم. مقادیر ویژه این ماتریس با حل معادله زیر به دست می‌آید

$$\det(R_p - \lambda I) = 0 \quad (۱۴)$$

$$a_r(\theta) = [1, e^{-j\pi d \sin \theta / \lambda}, \dots, e^{-j\pi d (M_r-1) \sin \theta / \lambda}]^T \quad (۴)$$

$v(n)$  یک بردار  $M_r \times 1$  نویز گوسی سفید مختلط با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_v^2 I_{M_r \times M_r}$  است. سیگنال دریافتی در هر آنتن گیرنده از فیلتر منطبق شامل  $M_t$  همبسته‌ساز عبور داده می‌شود. خروجی فیلترهای منطبق برای  $M_r$  گیرنده را می‌توان به صورت یک بردار  $M_r \times 1$  به صورت زیر نوشت [۱۳]

$$y = \alpha a_r(\theta) \otimes R a_t(\theta) + \sum_{i=1}^Q \alpha_i a_r(\theta_i) \otimes R a_t(\theta_i) + v_c \quad (۵)$$

که  $v_c$  بردار نویز بعد از عبور از فیلتر منطبق است و دارای میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2 (I_{n_r} \otimes R_x)$  بوده و  $\otimes$  نشان‌دهنده ضرب کرونیکر<sup>۱</sup> است.

### ۱-۲ حداکثر کردن SINR

همان طور که مشخص است در رادار MIMO کیفیت آشکارسازی سیگنال و تخمین پارامترهای مختلف (مثل تخمین زاویه ورود) رابطه‌ای مستقیم با SINR دارد و لذا با افزایش SINR آشکارسازی و تخمین پارامتر در رادار MIMO بهبود می‌یابد. هدف این است که SINR در گیرنده بیشینه شود. لذا در اینجا مسئله بدین صورت است که سیگنال دریافتی در گیرنده از یک فیلتر FIR با طول محدود  $w_{NM_r \times 1}$  عبور داده می‌شود. خروجی فیلتر به صورت زیر است

$$SINR = \frac{\rho |w^H a_r(\theta) \otimes R a_t(\theta)|^2}{w^H R_m w} \quad (۶)$$

$$R_m = \sum_{i=1}^Q \eta_i |a_r(\theta_i) \otimes R a_t(\theta_i)|^2 + (I_{n_r} \otimes R) \quad (۷)$$

که در آن  $\rho = E\{|\alpha|^2\} / \sigma^2$  و  $\eta_j = E\{|\alpha_j|^2\} / \sigma^2$  است. برای بیشینه کردن SINR باید ضرایب فیلتر  $w_{NM_r \times 1}$  و ماتریس کواریانس  $R$  محاسبه شوند. محاسبه ضرایب فیلتر  $w_{NM_r \times 1}$  مستقل از طراحی  $R$  است و با استفاده از گیرنده MVDR [۱۳] این ضرایب به صورت زیر به دست می‌آیند

$$w = \frac{R_m^{-1} a_r(\theta) \otimes R a_t(\theta)}{a_r(\theta)^H \otimes a_t(\theta)^H R_m^{-1} a_r(\theta) \otimes R a_t(\theta)} \quad (۸)$$

بنابراین SINR بهینه برای  $R$  معلوم برابر است با

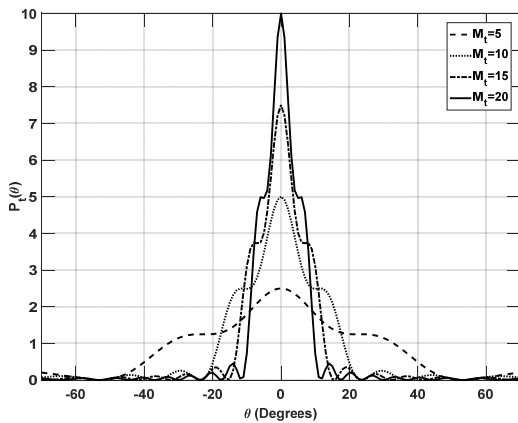
$$SINR = \rho a_r(\theta)^H \otimes a_t(\theta)^H R^H R_m^{-1} a_r(\theta) \otimes R a_t(\theta) \quad (۹)$$

در رادار MIMO با شکل موج متعامد، ماتریس  $R$  همانی است. حداکثر SINR زمانی حاصل می‌شود که تداخلی وجود نداشته باشد و فقط نویز گیرنده موجود باشد. برای رادار MIMO با شکل موج متعامد، حداکثر SINR دریافتی برابر است با [۲]

$$SINR = \rho M_r M_t \quad (۱۰)$$

در رادار آرایه فازی سیگنال ارسالی از تمام آنتن‌ها یکسان است. بنابراین ماتریس کواریانس ارسالی یک ماتریس کاملاً همبسته است یعنی تمام درایه‌های آن یک است. در این حالت حداکثر SINR دریافتی در گیرنده برابر است با [۱۳]

$$SINR = \rho M_r M_t^* \quad (۱۱)$$



شکل ۱: الگوی توان ارسالی برای مقادیر مختلف تعداد آنتن‌های فرستنده.

از (۱۷) و (۱۸) برای محاسبه SINR پیشینه داریم

$$SINR = \rho M_r \sum_{p=1}^{M_t-1} \sum_{i=1}^{M_t-1} \cos^2 \frac{(i-p)\pi}{M_t} = \rho M_r \sum_{p=1}^{M_t-1} \left( \sum_{i=1}^{M_t-1} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{M_t-1} \cos \frac{2(i-p)\pi}{M_t} \right) \quad (19)$$

که جمله دوم در عبارت فوق صفر است و در نهایت SINR به صورت زیر خواهد بود

$$SINR = \frac{M_t}{2} \rho M_r \quad (20)$$

در مقایسه با (۱۱)، SINR حاصل از ماتریس کواریانس پیشنهادی نصف SINR حاصل از رادار آرایه فازی است در حالی که SINR ماتریس کواریانس [۱۳] برابر SINR رادار آرایه فازی است.

### ۳- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت برای ارزیابی ماتریس کواریانس پیشنهادی شبیه‌سازی‌های مختلفی انجام شده است. برای نشان دادن کارایی ماتریس پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی با رادار آرایه فازی و ماتریس کواریانس  $R_X$  پیشنهاد شده در [۱۳] برای حالات مختلف تعداد آنتن فرستنده و گیرنده مقایسه گردیده است. در تمام شبیه‌سازی‌ها فرض بر این است که آرایه‌های آنتن فرستنده و گیرنده خطی بوده و فاصله بین عناصر آنها نصف طول موج است. توان دریافتی در گیرنده توسط فیلتر  $w$  برای همه ماتریس‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۳]

$$P_r(\theta) = |w^H a_r(\theta) \otimes R a_T(\theta)|^2 \quad (21)$$

در شبیه‌سازی اول، مقایسه رفتار SINR بر حسب SNR برای ماتریس کواریانس پیشنهادی با روش‌های ماتریس کواریانس  $R_X$  [۱۳] و رادار آرایه فازی نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی تعداد آنتن‌های فرستنده برابر با ۱۰ و تعداد آنتن‌های گیرنده برابر با ۵ است، یک هدف در زاویه ۰ درجه قرار دارد و ۲ تداخل در زوایای ۱۰- و ۳۰ درجه با توان ۳۰ dB قرار دارند. شکل ۲ تغییرات SINR را بر حسب SNR نشان می‌دهد. همان طور که در شکل دیده می‌شود، SINR به دست آمده از ماتریس پیشنهادی  $R_p$ ، کمترین اختلاف را نسبت به SINR به دست آمده از روش آرایه فازی دارد. این اختلاف به دست آمده برای  $R_p$  و  $R_X$  به ترتیب برابر با ۰٫۸۷ dB و ۲٫۰۹ dB است و بنابراین روش پیشنهادی ۱٫۲۲ dB نسبت به  $R_X$  بهبود دارد که مقدار قابل توجهی است.

$$\det \begin{bmatrix} 1 & \cos^2 \frac{\pi}{M_t} & \dots & \cos^2 \frac{(M_t-1)\pi}{M_t} \\ \cos^2 \frac{\pi}{M_t} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \cos^2 \frac{\pi}{M_t} \\ \cos^2 \frac{(M_t-1)\pi}{M_t} & \dots & & 1 \end{bmatrix} (-\lambda I) = 0 \quad (15)$$

از حل این معادله داریم

$$\begin{aligned} \lambda^{M_t} + \lambda^{M_t-2} \frac{\Delta M_t^2}{16} - \lambda^{M_t-1} M_t - \lambda^{M_t-2} \frac{M_t^2}{32} &= 0 \\ \lambda^{M_t-2} (\lambda^2 + \lambda \frac{\Delta M_t^2}{16} - \lambda^2 M_t - \frac{M_t^2}{32}) &= 0 \\ \lambda^{M_t-2} (\lambda^2 + \frac{M_t^2}{16} - 2\lambda \frac{M_t}{4}) (\lambda - \frac{M_t}{2}) &= 0 \\ \lambda^{M_t-2} (\lambda - \frac{M_t}{4})^2 (\lambda - \frac{M_t}{2}) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

بنابراین ماتریس پیشنهادی دارای ۳ مقدار ویژه غیر صفر شامل  $M_t/2$  و دو مقدار  $M_t/4$  است. اما در [۱۳] ماتریس کواریانس دارای دو مقدار ویژه غیر صفر است و بنابراین ماتریس پیشنهادی ما چندگانگی شکل موج بیشتری نسبت به ماتریس پیشنهادی [۱۳] دارد. تمامی مقادیر ویژه ماتریس Toeplitz پیشنهادی بزرگ‌تر یا مساوی صفرند، پس ماتریس پیشنهادی، یک ماتریس مثبت نیمه‌معین است و می‌تواند ماتریس کواریانس باشد [۱۳].

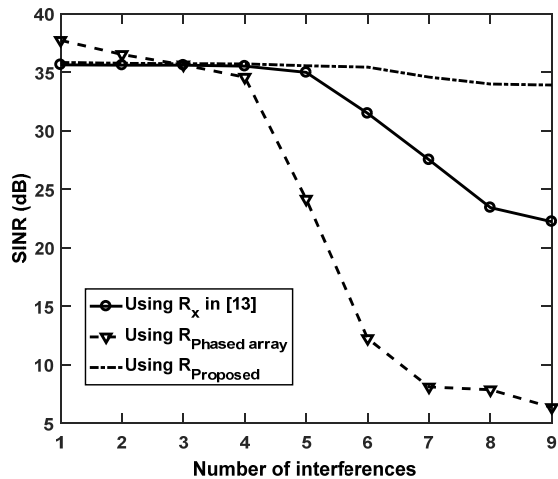
### ۳-۲ ماتریس کواریانس پیشنهادی

حداکثر SINR زمانی به دست می‌آید که تداخلی در محیط وجود نداشته باشد و فقط نویز در گیرنده موجود باشد. در این حالت  $R_{in} = (I_{n_R} \otimes R)$  است و بنابراین حداکثر SINR برابر است با

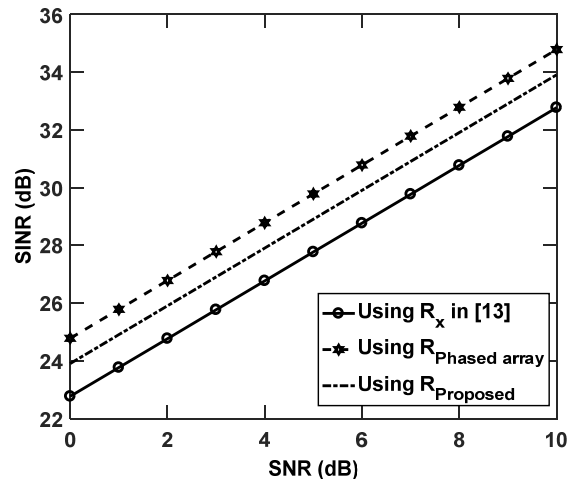
$$\begin{aligned} SINR &= \rho a_r(\theta)^H \otimes \\ &a_T(\theta)^H R^H (I_{n_R} \otimes R)^{-1} a_r(\theta) \otimes R a_T(\theta) \\ &\stackrel{(a)}{=} \rho (a_r(\theta)^H \otimes a_T(\theta)^H R^H) \times \\ &(I_{n_R}^{-1} \otimes R^{-1} a_r(\theta) \otimes R a_T(\theta)) \\ &\stackrel{(b)}{=} \rho (a_r(\theta)^H \otimes a_T(\theta)^H R^H) \times a_r(\theta) \otimes a_T(\theta) \\ &\stackrel{(c)}{=} \rho M_r a_r(\theta)^H R^H a_T(\theta) \end{aligned} \quad (17)$$

رابطه تساوی (a) از  $(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}$  و (b) و (c) از  $(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD$  آوردن حداکثر SINR فرض می‌کنیم هدف در زاویه  $\theta = 0$  قرار دارد و بنابراین  $a_r(\theta) = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  ضرب  $R a_T(\theta)$  برابر است

$$R_p a_T(\theta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{M_t-1} \cos^2(i\pi/M_t) \\ \sum_{i=1}^{M_t-1} \cos^2((i-1)\pi/M_t) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{M_t-1} \cos^2((i-(M_t-1))\pi/M_t) \end{bmatrix} \quad (18)$$



شکل ۴: مقایسه توانایی حذف تداخل با افزایش تعداد تداخل‌کننده‌ها، حاصل از روش پیشنهادی، آرایه فازی و ماتریس  $R_x$  در [۱۳] برای  $M_r = M_t = 5$  و  $M_r = 10$  تداخل‌کننده.



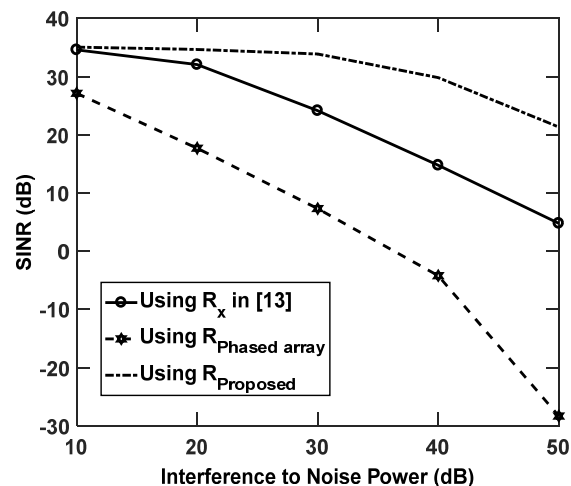
شکل ۲: مقایسه SINR حاصل از روش پیشنهادی، آرایه فازی و ماتریس  $R_x$  [۱۳] برای  $M_r = 5$  و  $M_t = 10$ .

آمده از دیگر روش‌ها است و با افزایش توان تداخل، اختلاف SINR دریافتی به شدت افزایش می‌یابد. البته توجه شود SINR به دست آمده از روش آرایه فازی در توان تداخل ۱۰ dB نیز ۸ dB کمتر از دو روش دیگر است و در کل در حدود ۵۵ dB افت SINR دارد.

شکل ۴ رفتار SINR را بر حسب افزایش تعداد تداخل‌کننده‌ها (۹ تداخل فهرست مذکور) برای  $M_r = M_t = 5$  نشان می‌دهد. در این شبیه‌سازی نسبت توان تداخل‌ها به توان نویز یکسان در نظر گرفته شده و مقدار آن برابر با ۳۰ dB است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، رادار آرایه فازی فقط تا زمانی که تعداد تداخل‌ها یکی کمتر از تعداد آنتن‌های آن است می‌تواند تداخل‌ها را حذف کند و به ازای تعداد تداخل بیشتر، کارایی آن به شدت کاهش می‌یابد. این مشاهده با نتایج آمده در [۲۳] کاملاً تطابق دارد. همچنین با توجه به این امر که ماتریس  $R_x$  در [۱۳] دارای مرتبه ۲ است (زیرا از جمع ۲ بردار شکل‌دهی بیم آرایه فازی ساخته شده است)، دارای درجه آزادی کمتری نسبت به ماتریس پیشنهادی ما با مرتبه ۳ است. بنابراین به ازای تعداد تداخل بیشتر از ۵، کارایی ماتریس در [۱۳] نیز به شدت کاهش می‌یابد. اما با توجه به این امر که ماتریس پیشنهادی ما دارای مرتبه بیشتری است، تعداد تداخل بیشتری را نیز حذف می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی ما با تعداد آنتن کمتر، قابلیت حذف تعداد بیشتری از تداخل‌کننده‌ها را دارا است. این نتایج به خوبی کارایی ماتریس پیشنهادی را نشان می‌دهد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک ماتریس کواریانس برای افزایش SINR در سامانه راداری MIMO با آنتن هم‌مکان ارائه شد. برای این ماتریس، حداکثر SINR قابل دستیابی به شکل بسته محاسبه گردید. با توجه به این که مرتبه ماتریس پیشنهادی ۳ است، از چندگانگی شکل موج در مقایسه با روش‌های اخیر طراحی ماتریس کواریانس، بهتر استفاده می‌شود و توسط آن، تعداد تداخل بیشتری حذف می‌گردد و SINR به دست آمده با اختلاف کمتری به رادار آرایه فازی نزدیک می‌شود. در عین حال، ماتریس پیشنهادی با افزایش توان تداخل‌کننده‌ها، مقاومت بیشتری از خود در جهت حفظ میزان SINR نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نیز صحت روابط تحلیلی ریاضی را نشان می‌دهند.



شکل ۳: مقایسه توانایی حذف تداخل با افزایش توان تداخل، حاصل از روش پیشنهادی، آرایه فازی و ماتریس  $R_x$  در [۱۳] برای  $M_r = M_t = 5$  و ۹ تداخل‌کننده.

از مهم‌ترین مزایای رادار MIMO نسبت به رادار آرایه فازی، درجه آزادی بیشتر رادار MIMO است. طبق قضیه Co-Array [۲۳] اگر تعداد آنتن‌های فرستنده و گیرنده یکسان و برابر با  $N$  باشد، آن‌گاه روش آرایه فازی تنها قادر است تعداد  $N-1$  تداخل را حذف نماید. در صورتی که تعداد تداخل‌ها از  $N-1$  بزرگ‌تر شود، SINR دریافتی در گیرنده به شدت با افزایش توان تداخل کاهش می‌یابد. اما در رادار MIMO در صورتی که رتبه ماتریس همبستگی کامل باشد، آن‌گاه رادار قادر است  $2N-1$  تداخل را حذف کند و بنابراین رادار MIMO دارای کارایی بیشتری در حذف تداخل است. برای نشان‌دادن اثر حذف تعداد تداخل‌ها، شبیه‌سازی زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید تعداد آنتن‌های فرستنده و گیرنده مساوی و برابر با ۵ است. هدف در زاویه صفر درجه است و  $\theta = [-10 \ 20 \ 41 \ -48 \ 52 \ 58 \ -70 \ 75 \ -82]$  تداخل در زوایای قرار دارند. توان هدف ۲۰ dB است. شکل ۳ رفتار SINR را بر حسب افزایش توان تداخل (۹ تداخل فهرست فوق) برای  $M_r = M_t = 5$  نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود با افزایش توان تداخل، افت SINR برای ماتریس کواریانس پیشنهادی به ازای تغییرات توان تداخل از ۱۰ dB تا ۵۰ dB در حدود ۱۳ dB است در حالی که این افت برای ماتریس  $R_x$  و رادار آرایه فازی به ترتیب برابر ۳۰ dB و ۵۵ dB است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود به ازای توان‌های تداخل کوچک نیز SINR به دست آمده از ماتریس پیشنهادی، بزرگ‌تر از SINR به دست

## مراجع

- [18] A. Leshem, O. Nappartek, and A. Nehorai, "Information theoretic adaptive radar waveform design for multiple extended targets," *Selected Topics in Signal Processing, IEEE J. of*, vol. 1, no. 1, pp. 42-55, Jun. 2007.
- [19] J. Yang, Z. Qiu, W. Jiang, and X. Li, "Poly-phase codes optimisation for multi-input-multioutput radars," *Signal Processing, IET*, vol. 7, no. 2, pp. 93-100, Apr. 2013.
- [20] J. Liu, H. Li, and B. Himed, "Joint optimization of transmit and receive beamforming in active arrays," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 21, no. 1, pp. 39-42, Jan. 2014.
- [21] A. Duly, D. Love, and J. Krogmeier, "Time-division beamforming for mimo radar waveform design," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 49, no. 2, pp. 1210-1223, Apr. 2013.
- [22] S. Imani and S. A. Ghorashi, "Transmit signal and receive filter design in co-located MIMO radar using a transmit weighting matrix," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 22, no. 10, pp. 1521-1524, Oct. 2015.
- [23] R. T. Hoctor and S. A. Kassam, "The unifying role of the coarray in aperture synthesis for coherent and incoherent imaging," *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, no. 4, pp. 735-752, Apr. 1990.
- مصطفی بوالحسنی** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد رشته علوم مهندسی (برق- مخابرات) و مهندسی برق (مخابرات- سیستم) به ترتیب در سالهای ۱۳۹۲ و ۱۳۹۴ از دانشگاه تهران در مقطع کارشناسی و از دانشگاه شهید بهشتی در مقطع کارشناسی ارشد به پایان رساند و هم‌اکنون، در رشته مهندسی برق (مخابرات- میدان) در مقطع دکتری در دانشگاه شهید بهشتی مشغول تحصیل می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی شکل‌موج در سیستم‌های راداری، پردازش سیگنال در رادارهای MIMO و بهینه‌سازی خطی.
- سجاد ایمانی** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری تخصصی مهندسی برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۵ از دانشگاه تهران در مقطع کارشناسی ارشد و از دانشگاه شهید بهشتی در مقطع دکتری به پایان رسانده است و هم‌اکنون به عنوان محقق پسادکتری در دانشکده برق دانشگاه صنعتی شریف مشغول به کار می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: رادارهای MIMO، پردازش سیگنال رادار، تئوری تخمین و پردازش سیگنال آرایه.
- سیدعلی قرشی** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۱ و ۱۳۷۴ در دانشکده فنی دانشگاه تهران و دکتری مهندسی برق را در سال ۱۳۸۳ در کینگز کالج لندن به اتمام رساند. او پس از آن دو سال به عنوان دوره‌پسا دکتری در همان دانشگاه و یکسال به عنوان پژوهشگر ارشد در شرکت سامسونگ دفتر انگلستان کار کرد و اکنون به عنوان دانشیار دانشکده مهندسی برق در دانشگاه شهید بهشتی به تدریس و پژوهش در زمینه کاربردهای هوش مصنوعی و یادگیری ماشین در مخابرات بی‌سیم مشغول است.
- [1] S. Haykin, J. Litva, and T. J. Shepherd, *Radar Array Processing*, New York: Springer-Verlag, 1993.
- [2] J. Li and P. Stoica, *MIMO Radar Signal Processing*, Wiley, 2009.
- [3] J. Li and P. Stoica, "MIMO radar with colocated antennas," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 24, no. 5, pp. 106-114, Sept. 2007.
- [4] A. Haimovich, R. Blum, and L. Cimini, "MIMO radar with widely separated antennas," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 25, no. 1, pp. 116-129, Jan. 2008.
- [5] L. Xu, J. Li, and P. Stoica, "Target detection and parameter estimation for mimo radar systems," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 44, no. 3, pp. 927-939, Jul. 2008.
- [6] I. Bekkerman and J. Tabrikian, "Target detection and localization using mimo radars and sonars," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 10, pp. 3873-3883, Oct. 2006.
- [7] J. Li, P. Stoica, L. Xu, and W. Roberts, "On parameter identifiability of mimo radar," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 14, no. 12, pp. 968-971, Dec. 2007.
- [8] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, "On probing signal design for mimo radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 8, pp. 4151-4161, Aug. 2007.
- [9] P. Stoica, J. Li, and X. Zhu, "Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 6, pp. 2593-2598, Jun. 2008.
- [10] D. Fuhrmann and G. San Antonio, "Transmit beamforming for mimo radar systems using signal cross-correlation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 44, no. 1, pp. 171-186, Jan. 2008.
- [11] S. Ahmed, J. Thompson, Y. Petillot, and B. Mulgrew, "Unconstrained synthesis of covariance matrix for mimo radar transmit beampattern," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 8, pp. 3837-3849, Aug. 2011.
- [12] S. Ahmed, J. Thompson, Y. Petillot, and B. Mulgrew, "Finite alphabet constant-envelope waveform design for mimo radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 11, pp. 5326-5337, Nov. 2011.
- [13] S. Ahmed and M. S. Alouini, "MIMO-radar waveform covariance matrix for high SINR and low side-lobe levels," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 62, no. 8, pp. 2056-2065, Apr. 2014.
- [14] A. Khabbazi-basmenj, A. Hassanien, S. Vorobyov, and M. Morency, "Efficient transmit beamspace design for search-free based doa estimation in mimo radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 6, pp. 1490-1500, Mar. 2014.
- [15] J. Lipor, S. Ahmed, and M. S. Alouini, "Fourier-based transmit beampattern design using mimo radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 9, pp. 2226-2235, May 2014.
- [16] S. Jardak, S. Ahmed, and M. S. Alouini, "Generation of correlated finite alphabet waveforms using gaussian random variables," *Signal Processing, IEEE Trans. on*, vol. 62, no. 17, pp. 4587-4596, Sep. 2014.
- [17] Y. Yang and R. Blum, "Mimo radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 43, no. 1, pp. 330-343, Jan. 2007.