

بهینه‌سازی حالت‌های اولیه برای رایانش کوانتومی آدیباتیک در یک الگوریتم کوانتومی

آرش کریم‌خانی و امیر قلعه

[۱۱] تا [۱۳]، یک هامیلتونی به این سامانه نسبت داده شود و الگوریتم تعمیم‌یافته دس با استفاده از معادله شرودینگر و قضیه آدیباتیک کوانتومی بررسی گردد.

۲- ساخت هامیلتونی

ابتدا لازم است که مروری سریع بر الگوریتم تعمیم‌یافته دس در [۴] و [۵] صورت گیرد. در این الگوریتم تلاش می‌شود مسأله پیدا کردن یک نگاشت $f: \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$ به گونه‌ای حل گردد که ماهیت نگاشت f در یک گام محاسباتی به صورت کامل شناخته شود. لازم به ذکر است که در الگوریتم دس فقط مشخص می‌شد که آیا تابع f ثابت است یا خیر؛ اما در الگوریتم تعمیم‌یافته دس ماهیت f به صورت کامل مشخص می‌شود. در [۴] و [۵] حالت ورودی الگوریتم تعمیم‌یافته دس به صورت زیر پیشنهاد گردیده است

$$|\psi_I\rangle = \alpha \left[\frac{|\cdot\rangle - i|\cdot\rangle}{\sqrt{2}} \right] + \beta \left[\frac{|\cdot\rangle - |\cdot\rangle}{\sqrt{2}} \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi_I | \psi_I \rangle &= 1 \\ |\alpha|^2 + |\beta|^2 &= 1 \\ \alpha &\neq 0 \\ \beta &\neq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} |\cdot\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ |\cdot\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

واضح است که حالت ورودی پیشنهادی، یک حالت درهم‌تنیده کوانتومی است. چون هر ذره با اسپین $1/2$ دارای دو درجه آزادی است، وقتی دو ذره را در نظر می‌گیریم، چهار درجه آزادی خواهیم داشت. فضای هیلبرت دو ذره به صورت (۴) تعریف می‌شود. اگر $|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ و $|\beta\rangle = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ باشد، آنگاه

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 \\ a_1 b_2 \\ a_2 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

چکیده: در هر رایانش کوانتومی آدیباتیک، یک حالت اولیه وجود دارد که در الگوریتم کوانتومی مربوط استفاده می‌شود. در این مقاله، رابطه بین یک حالت اولیه و ترازهای انرژی مجاز در یک الگوریتم تعمیم‌یافته دس پیاده‌سازی شده مطالعه گردیده است. برای مطالعه الگوریتم تعمیم‌یافته دس، یک فرم فشرده برای حالت‌های خروجی به دست آمده است. نشان داده می‌شود که می‌توان حالت اولیه را طوری فراهم کرد که کمینه‌های انرژی را کنترل نمود. با استفاده از روش‌های عددی، کمینه انرژی حالت‌های مجاز برای حالت اولیه به دست آورده شده و برای بررسی دینامیک سامانه، حالت اولیه به دست آمده انتخاب گردیده است. هامیلتونی مربوط به الگوریتم، به دست آورده شد و مشخص گردید که یکی از ترازهای انرژی یک حالت مقید را توصیف می‌کند.

کلیدواژه: الگوریتم دس، رایانش کوانتومی آدیباتیک، رایانش کوانتومی.

۱- مقدمه

پیشرفت‌های اخیر در تکنولوژی مربوط به رایانه‌های کوانتومی باعث ساخت آنها شده است. همچنین تعلق گرفتن جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۲۲ به امر مربوط به رایانش کوانتومی، نشان‌دهنده توجه روزافزون به این شاخه پرپار علمی است [۱].

اساس کارکرد رایانه‌های کوانتومی بر مبنای الگوریتم‌های کوانتومی است [۲] و [۳]. در الگوریتم‌های کوانتومی تلاش می‌شود با استفاده از ویژگی‌های مربوط به مکانیک کوانتوم مانند درهم‌تنیدگی کوانتومی، دستورالعمل‌هایی برای حل مسائل داده شود [۲] و [۳]. تمایز الگوریتم‌های کوانتومی نسبت به الگوریتم‌های کلاسیک، سرعت بالای پردازش محاسباتی است و اولین الگوریتم کوانتومی که سرعت بالای اجرای آن اثبات شد به الگوریتم دس مربوط است [۴] و [۵]. بعد از ارائه الگوریتم دس، تلاش‌های زیادی در جهت حل مسائل با استفاده از الگوریتم‌های کوانتومی صورت گرفته است که از جمله آنها می‌توان به الگوریتم برنشتاین-وزیرانی [۶] و [۷]، الگوریتم سیمون [۸] و الگوریتم شور اشاره کرد. به‌تازگی الگوریتم تعمیم‌یافته دس در [۹] و [۱۰] پیشنهاد گردیده است که اساس این الگوریتم تعمیم‌یافته بر مبنای یک فضای هیلبرت چهاربعده است که درهم‌تنیدگی یک سامانه کوانتومی را توصیف می‌کند. در این مقاله تلاش گردیده که در چارچوب رایانش کوانتومی آدیباتیک

این مقاله در تاریخ ۲۱ بهمن ماه ۱۴۰۱ دریافت و در تاریخ ۱۵ مرداد ماه ۱۴۰۲ بازنگری شد.

آرش کریم‌خانی (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه تفرش، تفرش، ایران، (email: karimkhani@tafreshu.ac.ir).
امیر قلعه، گروه فیزیک، دانشگاه تفرش، تفرش، ایران، (email: ghalee@tafreshu.ac.ir)

جدول ۱: خروجی‌های الگوریتم تعمیم‌یافته دس.

خروجی	شرط
$ \psi_{\cdot}\rangle = \alpha \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle-i \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right] + \beta \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle- \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right]$	$f_{\cdot}(\cdot) = f_{\cdot}(\cdot) = 0$
$ \psi_{\cdot}\rangle = -i\alpha \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle+i \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right] - \beta \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle- \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right]$	$f_{\cdot}(\cdot) = f_{\cdot}(\cdot) = 1$
$ \psi_{\cdot}\rangle_{\tau} = \alpha \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle-i \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right] - \beta \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle- \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right]$	$f_{\tau}(\cdot) = 0$ $f_{\tau}(\cdot) = 1$
$ \psi_{\cdot}\rangle_{\tau} = -i\alpha \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle+i \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right] + \beta \cdot\rangle\left[\frac{ \cdot\rangle- \cdot\rangle}{\sqrt{2}}\right]$	$f_{\tau}(\cdot) = 1$ $f_{\tau}(\cdot) = 0$

9

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}} [((-1)^{f(\cdot)+1} - (-1)^{f(\cdot)} + 1)S - 1] \quad (11)$$

برای ادامه کار لازم است که مقادیر ویژه هامیلتونی پیدا شوند. چون ماتریس به صورت پارامتری داده شده، بهتر است از روش دستی و بدون استفاده از نرم‌افزار برای محاسبه ویژه مقادیر استفاده شود. روش استاندارد پیدا کردن ویژه مقادیر را می‌توان استفاده کرد. بعد از محاسبات طولانی و استفاده از (۲) و همچنین فرمول‌های استاندارد مربوط به پیدا کردن ریشه‌های معادلات جبری مرتبه سوم، چهار مقدار ویژه هامیلتونی نشان داده شده در (۹) به صورت (۱۲) به دست خواهند آمد

$$E_k = \sqrt{\frac{-p}{3}} \cos\left[\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{3q}{2p} \sqrt{\frac{-3}{p}} - \frac{2\pi k}{3}\right)\right] - \frac{|\alpha|^2 - 1}{3}, \quad k = 0, 1, 2 \quad (12)$$

$$E_c = 1$$

که در آنها

$$p = \frac{2|\alpha|^2}{3} - \frac{|\alpha|^4}{12} - \frac{4}{3} - 4|\alpha|^2|\beta|^2|y|^2 - |\alpha|^2|x|^2 \quad (13)$$

و در نهایت (۱۴) حاصل می‌شود. ویژه مقادیر همان ترازهای انرژی سامانه هستند. حالا وابستگی کمینه انرژی نسبت به حالت ورودی بررسی می‌شود؛ به عبارت دیگر ارتباط میان انتخاب ضرایب ورودی α و β به کمینه انرژی مطالعه می‌گردد. بدین منظور ابتدا متغیر زیر تعریف می‌شود

$$U = \alpha\alpha^* = |\alpha|^2 \quad (15)$$

توجه شود که ضریب β را همیشه می‌توان با رابطه به‌هنجارش، $|\beta|^2 = 1 - |\alpha|^2$ حذف کرد. حالا اکستریم‌های انرژی سامانه نسبت به تغییرات U به وسیله معادله زیر به دست می‌آید

$$\frac{dE_k}{dU} = 0 \quad (16)$$

که منجر به (۱۷) می‌شود

$$q = \frac{2}{\sqrt{2}} (|\alpha|^2 - 1)^2 - \frac{1}{3} (|\alpha|^2 - 1) \left[\frac{|\alpha|^4}{4} - 1 - 4|\alpha|^2|\beta|^2|y|^2 - |\alpha|^2|x|^2 \right] + (1 - \frac{|\alpha|^2}{2})^2 + 4|y|^2 (1 - \frac{|\alpha|^2}{2})|\alpha|^2|\beta|^2 + |\alpha|^2|x|^2 (|\alpha|^2 - |\beta|^2) + |\alpha|^2|\beta|^2 \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [(-1)^{f(\cdot)+1} - 1]i^{f(\cdot)} + 3 + (-1)^{f(\cdot)} \} S^2 - |\alpha|^2|\beta|^2 \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (-1)^{f(\cdot)+1} + 2 + \frac{(-1)^{f(\cdot)}}{2} [(-1)^{f(\cdot)} - 1]i^{f(\cdot)+1} \} S \quad (14)$$

بنابراین فضای هیلبرت توصیف‌کننده سامانه مورد نظر به صورت یک فضای چهاربعدی است. با استفاده از این حالت ورودی در [۵] نشان داده شده که خروجی‌های جدول ۱ را خواهیم داشت.

در این مقاله ابتدا نشان داده می‌شود که چهار فرمول مستقل داده شده در [۵] را که در جدول ۱ آمده، می‌توان با یک فرمول کلی نوشت که به صورت (۵) است

$$|\Psi_f\rangle = (-i)^{f(\cdot)} \alpha |\cdot\rangle \left[\frac{|\cdot\rangle - i(-1)^{f(\cdot)} |\cdot\rangle}{\sqrt{2}} \right] + (-1)^{f(\cdot)} \beta |\cdot\rangle \left[\frac{|\cdot\rangle - |\cdot\rangle}{\sqrt{2}} \right] \quad (5)$$

لازم به ذکر است که (۵) در ابتدا توسط نویسندگان این مقاله پیشنهاد شد و اساس ساخت هامیلتونی برای الگوریتم تعمیم‌یافته دس است.

در ساخت هامیلتونی برای الگوریتم تعمیم‌یافته دس، هامیلتونی‌های ورودی H_I و هامیلتونی خروجی H_f به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴]

$$H_I = I - |\Psi_I\rangle\langle\Psi_I| \quad (6)$$

$$H_f = I - |\Psi_f\rangle\langle\Psi_f|$$

که I یک ماتریس واحد همانی 4×4 است. حالا هامیلتونی سامانه به صورت زیر تعریف می‌شود

$$H(t) = (I - S(t))H_I + S(t)H_f \quad (7)$$

که $S(t)$ یک تابع زمانی دلخواه است که در شرط‌های $S(0) = 0$ و $S(1) = 1$ صدق می‌کند و همچنین اگر $|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ و $|\beta\rangle = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

آنگاه نماد $|\alpha\rangle\langle\beta|$ معرف ضرب تانسوری به صورت زیر است

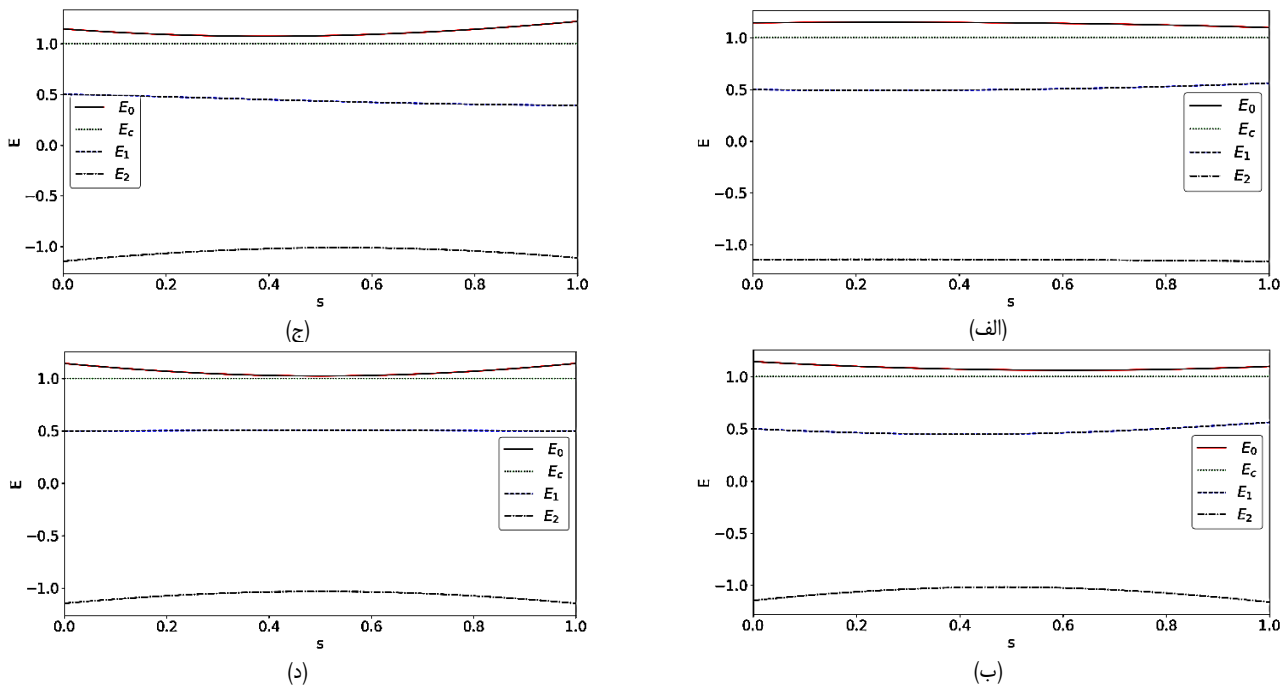
$$|\alpha\rangle\langle\beta| = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1^* & b_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1^* & a_1 b_2^* \\ a_2 b_1^* & a_2 b_2^* \end{pmatrix} \quad (8)$$

با استفاده از ضرب تانسوری، شکل صریح هامیلتونی از (۶) و (۷) به صورت (۹) به دست می‌آید

$$H(t) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{|\alpha|^2}{2} & x|\alpha|^2 & \alpha\beta^*y & -\alpha\beta^*y \\ x^*|\alpha|^2 & 1 - \frac{|\alpha|^2}{2} & -i\alpha\beta^*y^* & i\alpha\beta^*y^* \\ \alpha^*\beta y & i\alpha^*\beta y & 1 - \frac{|\beta|^2}{2} & \frac{|\beta|^2}{2} \\ -\alpha^*\beta y^* & -i\alpha^*\beta y & \frac{|\beta|^2}{2} & 1 - \frac{|\beta|^2}{2} \end{pmatrix} \quad (9)$$

که

$$x = \frac{i}{\sqrt{2}} [((-1)^{f(\cdot)} + 1)S - 1] \quad (10)$$



شکل ۱: ترازهای انرژی برای (الف) $f(0)=f(1)=0$ ، (ب) $f(0)=0$ و $f(1)=1$ ، (ج) $f(0)=1$ و $f(1)=0$ و (د) $f(0)=f(1)=1$.

جداول ۲ تا ۵ ارائه گردیده است. جداول داده شده کمک می‌کنند دینامیک سامانه در شرایط آدیباتیک بررسی شود.

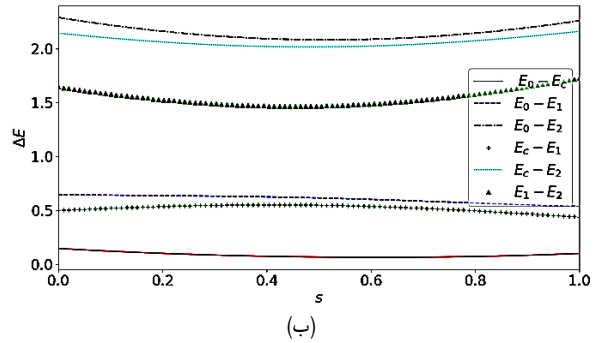
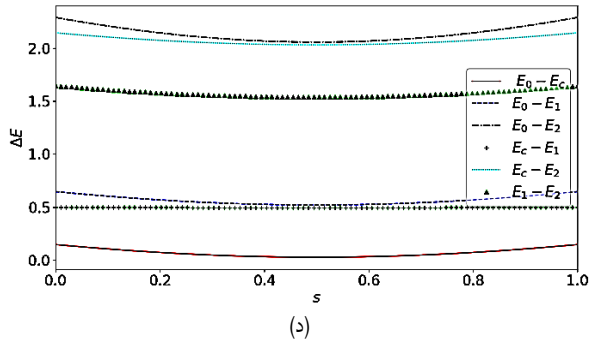
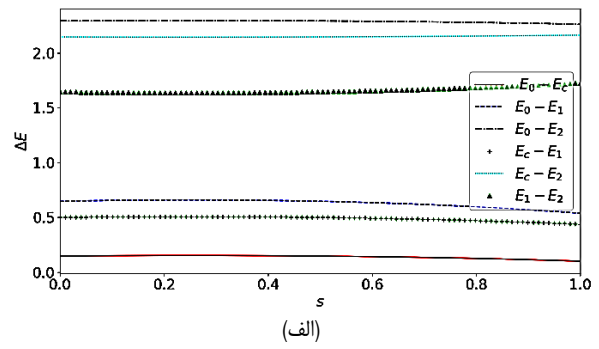
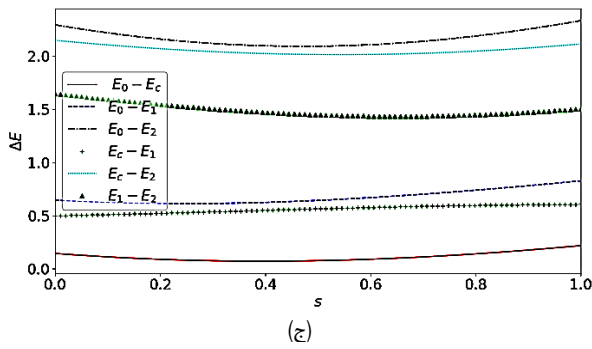
۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله تلاش گردید که بهترین حالت اولیه برای الگوریتم تعمیم‌یافته دش پیدا شود. با استفاده از روش آدیباتیک کوانتومی، یک هامیلتونی به سامانه نسبت داده شد و دینامیک سامانه با استفاده از حالت اولیه بهینه بررسی گردید. با داشتن کمینه اختلاف انرژی بین ترازهای انرژی می‌توان در مورد دینامیک رایانه کوانتومی مورد نظر اطلاعاتی را به دست آورد. از جمله این است که می‌توان گذار بین حالت‌های انرژی را بررسی کرد. از دیگر نتایج جالب این تحقیق، به دست آوردن فرمی فشرده برای حالت‌های خروجی الگوریتم تعمیم‌یافته دش است. همچنین با استفاده از هامیلتونی به دست آمده در این تحقیق مشخص شد که یکی از ترازهای انرژی یک حالت مقید را توصیف می‌کند.

معادله به دست آمده، یک معادله غیر جبری برای U بوده و حل آن فقط به وسیله رایانه ممکن است. بنابراین برای حل عددی آن با رایانه مجبور به انتخاب یک تابع برای S هستیم. بدین منظور مطابق با [۱۴] و [۱۵]، S به صورت $S(t) = t/T$ انتخاب می‌شود که در آن T یک زمان مشخصه و $0 \leq t \leq T$ است. با روش‌های عددی مشخص می‌گردد که مقدار $\alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$ ، کمینه است و این حالت برای بررسی دینامیک سامانه انتخاب می‌شود. البته در روش آدیباتیک کوانتومی، اختلاف بین ترازهای انرژی مهم است [۱۴] و [۱۵] و هر چقدر که اختلاف میان ترازهای انرژی کمتر باشد، زمان گذار سامانه کوانتومی بین دو حالت هم کمتر خواهد بود. در قسمت‌های الف تا ج در شکل ۱، ترازهای انرژی مربوط رسم شده‌اند.

توجه داریم که یک حالت مقید با انرژی منفی وجود دارد. برای مقایسه بهتر در شکل ۲ اختلاف بین ترازهای انرژی رسم شده‌اند. همچنین مقدار کمینه اختلاف انرژی بین ترازهای مختلف انرژی برای حالات مختلف در

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{3p}} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{2q}{2p} \sqrt{\frac{-3}{p}} \right) - \frac{2k\pi}{3} \right] - \frac{3}{2} \sin \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{2q}{2p} \sqrt{\frac{-3}{p}} \right) - \frac{2k\pi}{3} \right] \frac{9}{\sqrt{p^2 + \frac{27}{4}q^2}} \\
 & \left[\frac{2}{3} - \frac{U}{6} - 4|y|^2 + 8U|y|^2 - 2U|x|^2 \right] + \sin \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{2q}{2p} \sqrt{\frac{-3}{p}} \right) - \frac{2k\pi}{3} \right] \frac{1}{\sqrt{p^2 + \frac{27}{4}q^2}} \\
 & \left(\frac{2}{9} (U-1)^2 - \frac{1}{3} \left[\frac{U^2}{4} - 1 - 4|y|^2 + 4|y|^2 U^2 - |x|^2 U^2 \right] - \frac{1}{3} (U-1) \left[\frac{U^2}{4} - 4|y|^2 + 8|y|^2 U - 2|x|^2 U \right] - \left(1 - \frac{U}{4} \right) + \right. \\
 & \quad \left. 4|y|^2 \left(1 - \frac{U}{4} \right) (1-U) - 2|y|^2 U (1-U) - 4|y|^2 \left(1 - \frac{U}{4} \right) U + |x|^2 (4U-1) + \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{4} (2U-3U^2) \left\{ [(-1)^{f^{(i+1)}} - 1] i^{f^{(i)}} + 3 + (-1)^{f^{(i)}} \right\} S^2 - \right. \\
 & \quad \left. \frac{2U-3U^2}{2} \left\{ 2 + (-1)^{f^{(i+1)}} + \frac{(-1)^{f^{(i)}}}{2} [(-1)^{f^{(i)}} - 1] i^{f^{(i+1)}} \right\} S - \frac{1}{4} \right) = 0.
 \end{aligned} \tag{۱۷}$$



شکل ۲: اختلاف تراز انرژی‌های سامانه برای (الف) $f(0) = f(1) = 0$ ، (ب) $f(0) = 0$ و $f(1) = 1$ ، (ج) $f(0) = 1$ و $f(1) = 0$ و (د) $f(0) = f(1) = 1$.

جدول ۴: مقدار کمیته اختلاف انرژی بین ترازهای مختلف انرژی برای $f(1) = 0$ و $f(0) = 1$.

کمیته اختلاف انرژی	مشخصه تفاضل انرژی ترازها
$E_c - E_e$	۰٫۰۷۲۸۷
$E_c - E_1$	۰٫۶۱۲۷۰
$E_c - E_r$	۲٫۰۸۹۳۱
$E_e - E_1$	۰٫۴۹۹۹۹
$E_e - E_r$	۲٫۰۱۱۳۷
$E_1 - E_r$	۱٫۴۳۳۲۳

جدول ۲: مقدار کمیته اختلاف انرژی بین ترازهای مختلف انرژی برای $f(0) = f(1) = 0$.

کمیته اختلاف انرژی	مشخصه تفاضل انرژی ترازها
$E_c - E_e$	۰٫۱۰۱۰۰۷
$E_c - E_1$	۰٫۵۳۹۹۵
$E_c - E_r$	۲٫۲۶۲۱۷
$E_e - E_1$	۰٫۴۳۹۲۴
$E_e - E_r$	۲٫۱۴۳۵۷
$E_1 - E_r$	۱٫۶۳۶۲۶

جدول ۵: مقدار کمیته اختلاف انرژی بین ترازهای مختلف انرژی برای $f(0) = f(1) = 1$.

کمیته اختلاف انرژی	مشخصه تفاضل انرژی ترازها
$E_c - E_e$	۰٫۰۲۵۹۶۱
$E_c - E_1$	۰٫۵۱۹۴۰
$E_c - E_r$	۲٫۰۵۸۳۸
$E_e - E_1$	۰٫۴۹۳۵۳
$E_e - E_r$	۲٫۰۳۲۴۲
$E_1 - E_r$	۱٫۵۳۸۸۹

جدول ۳: مقدار کمیته اختلاف انرژی بین ترازهای مختلف انرژی برای $f(1) = 1$ و $f(0) = 0$.

کمیته اختلاف انرژی	مشخصه تفاضل انرژی ترازها
$E_c - E_e$	۰٫۰۶۳۰۷
$E_c - E_1$	۰٫۵۳۷۵۷
$E_c - E_r$	۲٫۰۸۲۰۲
$E_e - E_1$	۰٫۴۴۰۳۸
$E_e - E_r$	۲٫۰۱۷۲۰
$E_1 - E_r$	۱٫۴۶۶۷۹

[7] E. Bernstein and U. Vazirani "Quantum complexity theory," *SIAM J. Comput.*, vol. 26, no. 5, pp.1411-1473, 1997.

[8] D. R. Simon, "On The Power of Quantum Computation," in *Proc. of the 35th IEEE Annual Symp. on Foundations of Computer Science*, pp. 116-123 Symposium, Santa Fe, NM, USA, 20-22 Nov. 1994.

[9] K. Nagata and T. Nakamura, "Some theoretically organized algorithm for quantum computer" *Int. J. Theor. Phys.*, vol. 59, no. 2, pp. 611-621, 2020.

[10] K. Nagata and T. Nakamura, "Generalization of Deutsch's algorithm" *Int. J. Theor. Phys.*, vol. 59, no. 8, pp. 2557-2661, 2020.

[11] P. W. Shor, "Algorithms for quantum computations: Discrete log and factoring," *Proc. of the 35th IEEE Annual Symp. on Foundations of Computer Science*, pp. 124-134, Santa Fe, NM, USA, 20-22 Nov. 1994.

[12] E. Farhi, J. Goldstone, S. Gutmann, and M. Sipser, *Quantum Computation by Adiabatic Evolution*, arXiv: quant-ph/001106.

[13] A. M. Child, E. Farhi, and J. Preskill, "Robustness of adiabatic quantum computation," *Phys. Rev. A*, vol. 65, no. 1, pp. 0123220-01232210, Jan. 2002.

مراجع

[1] IBM, *IBM Quantum Computing*, <https://www.ibm.com/quantum/>

[2] M. A. Nielsen and, I.L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge, University Press, Cambridge, 2000.

[3] R. Rennie, *Oxford Dictionary of Physics*, 7rd ed., Oxford University Press, Oxford 2015.

[4] D. Deutsch, "Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer," *Proc. R. Soc. Lond. A.*, vol. 400, no. 1818, pp. 97-117, 1985.

[5] D. Deutsch and R. Jozsa, "Rapid solution of problems by quantum computation," *Proc. R. Soc. Lond. A.*, vol. 439, no. 1907, pp. 553-558, 1992.

[6] E. Bernstein and U. Vazirani, "Quantum complexity theory," in *Proc. of the Twenty-Fifth Annual ACM Symp. on Theory of Computing, STOC'93*, pp. 11-20, San Diego, CA, USA, 16-18 May 1993.

امیر قلعه در سال ۱۳۸۱ مدرک کارشناسی فیزیک خود را از واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی دریافت کرد و در سال ۱۳۸۳ مدرک کارشناسی ارشد خود در گرایش فیزیک نظری را از دانشگاه تبریز اخذ نمود. ایشان در ادامه در سال ۱۳۸۹ با مدرک دکتری فیزیک از دانشگاه تهران فارغ التحصیل شدند. تمرکز پژوهشی ایشان بر ذرات بنیادی و کیهان‌شناسی و بهبود الگوریتم‌های کوانتومی است.

- [14] S. Das, R. Kobes, and G. Kunstatter, "Adiabatic quantum computation and Deutsch's algorithm" *Phys. Rev. A*, vol. 65, no. 6, pp.0623100-0623107, Jun. 2002.
- [15] T. Albash and D. A. Lidar "Adiabatic quantum computation", *Rev. Mod. Phys.*, vol. 90, no. 1, pp. 0150020-0150035, Jan./Mar. 2018.

آرش کریم‌خانی مدرک کارشناسی مهندسی برق در گرایش مخابرات خود را در سال ۱۳۸۳ از دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی دریافت کرد و در سال ۱۳۸۵ کارشناسی ارشد مهندسی برق در گرایش الکترونیک را در دانشگاه تربیت مدرس به انجام رساند و در ادامه در سال ۱۳۸۹ فارغ‌التحصیل دکتری برق در گرایش الکترونیک شد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: افزاره‌های الکترونیک، بلورهای فوتوالکترونیک، سلول‌های خورشیدی و کامپیوترهای کوانتومی.