

کنترل مد لغزشی سیستم ربات دوچرخ تعادلی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی و بدون نیاز به معادلات سینماتیکی

محمد رضا سلطانیپور و رضا غلامی

متعددی در کارخانه‌ها به عنوان انتقال‌دهنده پرسنل و تجهیزات داشته باشد و یا حتی به عنوان یک وسیله سرگرم‌کننده برای بچه‌ها در پارک‌ها استفاده شود. لازم به ذکر است که برای ایجاد حرکت در ربات دوچرخ تعادلی، نیازی به استفاده از سوخت‌های فسیلی نیست و در حین حرکت نیز سر و صدا و در کل نویز صوتی ایجاد نمی‌نماید.

سیستم ربات دوچرخ تعادلی دارای دو چرخ متصل به یکدیگر است که بدنه سیستم بر روی این محور سوار می‌شود و چرخ‌ها نیز از طریق موتورهای DC به حرکت درمی‌آیند. بنابراین این سیستم با این ساختار مکانیکی ذاتاً ناپایدار بوده و دارای دینامیکی به شدت غیر خطی است [۲] و [۳]. بر این اساس اولین هدف کنترل‌کننده باید حفظ تعادل و جلوگیری از سرنگون شدن این سیستم باشد و هدف ثانویه آن نیز هدایت سیستم بر روی مسیر مطلوب است [۴].

۱-۱ مروری بر کار گذشتگان

تا کنون پژوهشگران زیادی در زمینه مدل‌سازی و کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی تحقیق نموده‌اند [۵] تا [۷] و در بعضی از مقالات، بر اساس مدل خطی‌سازی شده ربات دوچرخ، از کنترل‌کننده فیدبک حالت برای کنترل آن استفاده شده است [۸] و [۹]. از آنجا که اختلاف زیادی بین مدل واقعی و مدل خطی‌شده سیستم وجود دارد، بنابراین در صورت بروز اغتشاشات خارجی، ناپایداری سیستم ربات دوچرخ امری اجتناب‌ناپذیر است. در [۱۰] یک کنترل‌کننده غیر خطی برای پایداری و کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی پیشنهاد شده است. در طراحی کنترل پیشنهادی فرض بر آن است که مدل دقیقی از این سیستم در دسترس است و کنترل‌کننده در معرض هیچ گونه عدم قطعیتی قرار ندارد. بنابراین در صورت بروز عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی، تعادل ربات بر هم خورده و در نتیجه سیستم حلقه بسته ناپایدار می‌شود. برای مقابله با عدم قطعیت‌های موجود، محققین با استفاده از روش‌های کنترل مقاوم و تطبیقی، راهکارهایی را برای کنترل سیستم ربات دوچرخ ارائه نموده‌اند [۱۱] تا [۱۵]. راهکارهای پیشنهادی اگرچه در غلبه بر عدم قطعیت‌های موجود موفق هستند اما مراحل طراحی آنها بسیار پیچیده بوده و از حجم محاسبات بسیار بالایی نیز برخوردار است.

در دو دهه اخیر از کنترل‌کننده‌های هوشمند نظیر کنترل فازی برای کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی استفاده شده است [۱۶] تا [۲۲]. برای طراحی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، مهندسين باید مطالعات بسیار دقیقی را در زمینه ساختار مکانیکی سیستم ربات دوچرخ انجام دهند تا بر اساس آن بتوانند توابع عضویت موجود در پایگاه قواعد این نوع از کنترل‌کننده‌ها را تعیین نمایند. از طرف دیگر برای حفظ تعادل سیستم ربات دوچرخ و ایجاد شرایط ردگیری کنترل‌کننده، طراحان باید از قواعد فازی

چکیده: در این مقاله، راهکارهایی برای کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی در حضور عدم قطعیت‌های موجود در معادلات دینامیکی و بدون نیاز به معادلات سینماتیکی پیشنهاد می‌گردد. بدین منظور در ابتدا معادلات دینامیکی این سیستم به حوزه خط انتقال داده می‌شود و سپس این معادلات به دو زیرسیستم فروتحریک و تمام‌تحریک کاملاً مستقل تقسیم‌بندی می‌گردند. در ادامه برای کنترل زیرسیستم فروتحریک، دو کنترل‌کننده مد لغزشی کاملاً متفاوت ارائه می‌گردد که قادرند این زیرسیستم را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری دارای پایداری مجانبی سراسری نمایند. پس از آن برای کنترل زیرسیستم تمام‌تحریک نیز کنترل مد لغزشی پیشنهاد می‌شود که این زیرسیستم را در حضور عدم قطعیت‌های موجود دارای پایداری مجانبی سراسری می‌کند. از آنجا که این دو زیرسیستم کاملاً از یکدیگر مستقل می‌باشند، بنابراین اثبات پایداری مجانبی سراسری آنها، اثبات پایداری مجانبی سراسری سیستم حلقه بسته را مهیا می‌سازد. جداسازی زیرسیستم‌های ربات دوچرخ تعادلی، نیاز به استفاده از معادلات سینماتیک را مرتفع نموده و این امر باعث می‌شود تا حضور عدم قطعیت‌های ساختاری تأثیری بر دقت ردگیری متغیرهای حالت سیستم حلقه بسته نداشته باشند. نهایتاً برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی و مقایسه نتایج عملکرد آنها، شبیه‌سازی‌هایی در ۳ مرحله بر روی سیستم ربات دوچرخ تعادلی پیاده‌سازی می‌شود. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد مطلوب راهکارهای پیشنهادی را نشان می‌دهند.

کلیدواژه: ربات دوچرخ تعادلی، کنترل مد لغزشی، عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری، معادلات سینماتیک.

۱- مقدمه

امروزه رباتیک یکی از حوزه‌های پیشرفته علوم فنی و مهندسی است که جایگاه ویژه‌ای را در زندگی بشری یافته است. در این بین، سیستم ربات دوچرخ تعادلی با قیود غیر هولونومیک، کاربردهای متعددی در حوزه‌های مختلفی دارد [۱]. در واقع، سیستم ربات دوچرخ تعادلی در دسته ربات‌های متحرک قرار می‌گیرد و در طراحی آن به گونه‌ای از سیستم پاندول معکوس الهام گرفته شده است. وزن کم، چرخ‌های کوچک، سرعت چرخش بالا و در کل مانورپذیری بالای آن از ویژگی‌های اصلی این سیستم محسوب می‌گردد. این ویژگی‌ها باعث شده تا کاربردهای

این مقاله در تاریخ ۲ بهمن ماه ۱۳۹۷ دریافت و در تاریخ ۲۸ مرداد ماه ۱۳۹۸ بازنگری شد.

محمد رضا سلطانیپور (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران، (email: soltanpour@ssau.ac.ir).
رضا غلامی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران، (email: gholami@ssau.ac.ir).

طراحی و پیاده‌سازی راهکارهای پیشنهادی نیازی به استفاده از معادلات سینماتیکی ربات دوچرخ نیست، بنابراین بروز عدم قطعیت در این معادلات نمی‌تواند بر عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی و در نهایت پایداری سیستم حلقه بسته اثرگذار باشد.

- در مقالاتی که در این بخش بررسی شد پژوهشگران کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی را با استفاده از دو نوع کنترل‌کننده انجام داده‌اند. یکی از کنترل‌کننده‌ها در حلقه خارجی قرار داده می‌شود و دیگری برای کنترل در حلقه داخلی طراحی می‌گردد. کنترل سینماتیکی سیستم ربات از طریق کنترل‌کننده حلقه خارجی و کنترل دینامیکی از طریق کنترل‌کننده داخلی انجام می‌شود. در این مقاله راهکارهایی پیشنهاد می‌شوند که کنترل سینماتیکی و کنترل دینامیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی را از طریق یک کنترل‌کننده انجام می‌دهند. در این صورت هم تعداد کنترل‌کننده‌ها و هم هزینه اقتصادی پیاده‌سازی عملی کنترل‌کننده کاهش می‌یابد.

- از آنجا که در روش طراحی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، معادلات دینامیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی به دو زیرسیستم تمام‌تحریک و فروتحرک تقسیم می‌شود و طراحی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی مرحله به مرحله انجام می‌گردد، این امر باعث می‌شود تا یادگیری فرایند طراحی کنترل‌کننده‌ها برای دانشجویان و مهندسان کنترل ساده شود و چون جداسازی زیر سیستم‌ها به صورت کامل انجام می‌شود، تأثیر هر یک از این زیرسیستم‌ها بر عملکرد کنترل‌کننده‌ها مشهود می‌گردد و این امر تنظیم ضرایب ورودی کنترل‌کننده‌ها را راحت‌تر می‌نماید.

- در طراحی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، شرایط پیاده‌سازی عملی آنها از نظر تعداد ضرایب ورودی کنترل، حجم محاسبات و ماکسیم دامنه ورودی کنترل لحاظ گردیده تا راهکارهای پیشنهادی قابلیت پیاده‌سازی عملی را داشته باشند.

در ادامه، ساختار مقاله به گونه‌ای است که در بخش ۲ مدل‌سازی سیستم ربات دوچرخ تعادلی ارائه می‌شود. در بخش ۳، معادلات دینامیکی ربات به حوزه معادلات حالت و سپس در بخش ۴ به حوزه خط انتقال یافته و به دو زیرسیستم فروتحرک و تمام‌تحریک تقسیم می‌گردد. بخش ۵ به طراحی کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول برای زیرسیستم‌های فروتحرک و تمام‌تحریک اختصاص دارد و در همین بخش، پایداری سیستم حلقه بسته در حضور کنترل‌کننده‌های پیشنهادی ارائه می‌گردد. در بخش ۶ به ترتیب طراحی کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم برای زیرسیستم فروتحرک و اثبات پایداری سیستم حلقه بسته بیان می‌شوند. بخش ۷ به بررسی مزایا و مقایسه کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی برای زیرسیستم فروتحرک می‌پردازد و سپس در بخش ۸ برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، شبیه‌سازی‌هایی در ۳ مرحله بر روی سیستم ربات دوچرخ تعادلی پیاده‌سازی می‌شود. در نهایت بخش ۹ به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

۲- مدل‌سازی سیستم ربات دوچرخ تعادلی

در سیستم ربات دوچرخ تعادلی بین چرخ و زمین، لغزشی وجود ندارد. در شکل ۱ سیستم ربات دوچرخ تعادلی نشان داده شده و برای توسعه مدل سیستم از روش کین استفاده شده است [۳۳] و [۳۴]. در این سیستم نیروی نیوتنی، S بدنه، C_1 چرخ چپ و C_2 چرخ راست سیستم است. n_1 ، n_2 و n_3 را بردارهای واحد روی مرکز میله اتصال‌دهنده بین دو چرخ تعریف می‌کنند. در جدول ۱ برخی از پارامترهای مهم مکانیکی

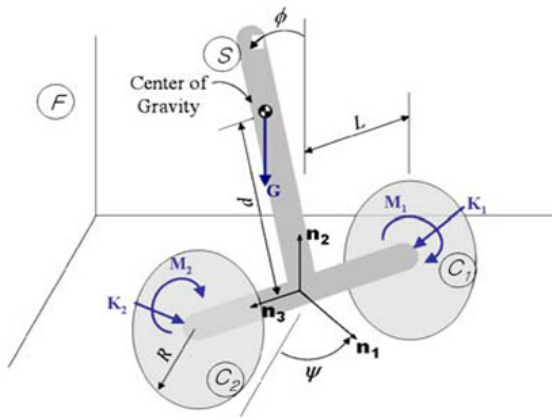
چندورودی- چندخروجی در پایگاه قواعد فازی موتور استنتاج مربوط به این نوع از کنترل‌کننده‌ها استفاده نمایند و برای افزایش دقت ردگیری نیز باید تعداد این قواعد فازی را افزایش دهند. این امر حجم محاسبات ورودی کنترل‌کننده را بسیار افزایش داده و در صورت بروز تأخیر در محاسبات ورودی کنترل، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته امری امکان‌ناپذیر می‌شود. در [۲۲] از الگوریتم یادگیری که یکی از روش‌های هوشمند محسوب می‌گردد برای کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی استفاده شده است. از آنجا که در این الگوریتم، محاسبات زمان یادگیری به صورت برخط انجام می‌شود بنابراین حجم محاسباتی راهکار پیشنهادی نیز بسیار زیاد و تنظیم و استفاده از آن در سیستم ذاتاً ناپایداری نظیر سیستم ربات دوچرخ تعادلی مشکل است.

تا کنون کنترل مد لغزشی در کنترل سیستم‌های رباتیک بسیار موفق عمل نموده است [۲۳] تا [۳۲]. این روش کنترلی دارای مزایایی نظیر عدم حساسیت به تغییر پارامترهای سیستم، مقاوم‌بودن در برابر اغتشاشات خارجی، پاسخ سریع و پیاده‌سازی آسان است. در [۲۳] از کنترل مد لغزشی برای کنترل شکل خاصی از سیستم ربات دوچرخ تعادلی استفاده شده است. در [۲۴] تا [۲۶] تنها از این روش کنترلی برای حفظ تعادل ربات دوچرخ استفاده گردیده و راهکاری برای ردگیری مسیر مطلوب پیشنهاد نشده است. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی را نشان می‌دهند اما مسئله حفظ تعادل، کاربرد ربات دوچرخ تعادلی را در دنیای واقعی بسیار محدود می‌نماید. پژوهشگران در [۲۷]، ربات دوچرخ تعادلی را به عنوان یک وسیله نقلیه معرفی کرده و روش کنترل مد لغزشی تطبیقی را در حفظ تعادل و کنترل زاویه آن حول محور عرضی و در حضور عدم قطعیت‌ها استفاده نموده‌اند. در [۲۸] با استفاده از کنترل مد لغزشی، راهکاری برای حفظ تعادل و کنترل ردگیری دقیق ربات دوچرخ تعادلی با مرکز جرم کوچک پیشنهاد گردیده است. در [۲۹] یک کنترل‌کننده مد لغزشی زمان گسسته برای ردگیری مسیر مطلوب ربات دوچرخ تعادلی ارائه شده است. در [۳۰] تا [۳۲] پژوهشگران از روش کنترل مد لغزشی و کنترل مد لغزشی تطبیقی برای کنترل ردگیری سیستم ربات دوچرخ تعادلی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری استفاده کرده‌اند. اگرچه در طراحی راهکارهای پیشنهادی، نقش عدم قطعیت‌های ساختاری و بعضاً غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی لحاظ گردیده است اما در تمامی این مقالات برای حفظ تعادل ربات دوچرخ و کنترل ردگیری دقیق آن از معادلات سینماتیکی این سیستم نیز استفاده شده است. بنابراین در صورت بروز عدم قطعیت‌ها، معادلات سینماتیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی دستخوش تغییر می‌گردد. از آنجا که در روش‌های پیشنهادی، تنها نقش حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی لحاظ شده است و در تمامی طراحی‌ها فرض قطعیت در معادلات سینماتیکی برقرار می‌باشد، بنابراین کنترل‌کننده‌های پیشنهادی توان غلبه بر عدم قطعیت‌های موجود در معادلات سینماتیکی را نداشته و این امر پایداری سیستم حلقه بسته را در معرض ناپایداری قرار داده و خطای ردگیری را بسیار افزایش می‌دهد.

۱-۲ نوآوری مقاله

نوآوری‌های این مقاله به صورت مختصر در زیر آمده است:

- در این مقاله با استفاده از روش کنترل مد لغزشی برای حفظ تعادل سیستم ربات دوچرخ تعادلی و کنترل ردگیری دقیق آن، کنترل‌کننده‌هایی پیشنهاد می‌شود که توان غلبه بر عدم قطعیت‌های موجود در معادلات دینامیکی ربات دوچرخ را دارند. از آنجا که در



شکل ۱: سیستم ربات دوچرخ تعادلی با فرض نیروهای اعمال شده.

سیستم آورده شده است.

در نهایت با استفاده از روش اویلر- لاگرانژ، معادلات دینامیکی نهایی سیستم به صورت زیر به دست می‌آید [۳۴]

$$\ddot{\phi}(m_{\phi} + m_s) - m_s d \cos(\phi) \ddot{\phi} + m_s d \sin(\phi) (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) = -\frac{\tau_1 + \tau_2}{R} \quad (1)$$

$$[(\ddot{\psi} L + \frac{1}{2R^2})m_c + m_s d^2 \sin^2(\phi) + I_r] \ddot{\psi} + m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\psi} \dot{\phi} = \frac{L}{R} (\tau_1 - \tau_2) \quad (2)$$

$$m_s d \cos(\phi) \ddot{x} + (-m_s d^2 - I_r) \ddot{\phi} + m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin(\phi) = \tau_1 + \tau_2 \quad (3)$$

۱-۲ انتقال معادلات دینامیکی سیستم به حوزه فضای حالت

در این بخش، معادلات دینامیکی ربات دوچرخ تعادلی به حوزه فضای حالت انتقال داده می‌شود. بدین منظور (۳) به صورت زیر مرتب می‌گردد

$$\ddot{x} = \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} [(m_s d^2 + I_r) \ddot{\phi} - m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 - m_s g d \sin(\phi) + \tau_1 + \tau_2] \quad (4)$$

سپس (۴) در (۱) جایگذاری می‌شود

$$\frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{m_s d \cos(\phi)} [(m_s d^2 + I_r) \ddot{\phi} - m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 - m_s g d \sin(\phi) + \tau_1 + \tau_2] - m_s d \cos(\phi) \ddot{\phi} + m_s d \sin(\phi) (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) = -\frac{\tau_1 + \tau_2}{R} \quad (5)$$

در ادامه داریم

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r)}{m_s d \cos(\phi)} - m_s d \cos(\phi) \right] \ddot{\phi} = \\ & \frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{m_s d \cos(\phi)} [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin(\phi)] \\ & - \frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{m_s d \cos(\phi)} (\tau_1 + \tau_2) - \frac{\tau_1 + \tau_2}{R} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2}{m_s d \cos(\phi)} \right] \ddot{\phi} = \\ & \frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{m_s d \cos(\phi)} [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin(\phi)] \\ & - \left[\frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{m_s d \cos(\phi)} - \frac{1}{R} \right] (\tau_1 + \tau_2) \end{aligned} \quad (7)$$

در نهایت (۷) به صورت زیر مرتب می‌شود

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2} \times \\ & [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin(\phi)] - \\ & \left[\frac{m_s d \cos(\phi)}{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2} \right] \times \\ & \left[\frac{\ddot{\phi} R(m_c + m_s) + m_s d \cos(\phi)}{R m_s d \cos(\phi)} \right] (\tau_1 + \tau_2) \end{aligned} \quad (8)$$

برای بیان معادلات حالت سیستم، متغیرهای حالت زیر معرفی می‌گردند

$$\begin{aligned} \phi &= x_1, \quad \dot{\phi} = x_2, \quad x = x_r \\ \dot{x} &= x_r, \quad \psi = x_3, \quad \dot{\psi} = x_4 \end{aligned} \quad (9)$$

بر اساس متغیرهای حالت فوق، توابع غیر خطی زیر تعریف می‌شوند

$$f_1(x_1, x_2) = \frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2} \times [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin(\phi)] \quad (10)$$

$$g_1(x_1) = -\left[\frac{m_s d \cos(\phi)}{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2} \right] \times \left[\frac{\ddot{\phi} R(m_c + m_s) + m_s d \cos(\phi)}{R m_s d \cos(\phi)} \right] \quad (11)$$

با جایگذاری (۱۱) و (۱۰) در (۸)، معادله زیر حاصل می‌گردد

$$\ddot{\phi} = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1) (\tau_1 + \tau_2) \quad (12)$$

در ادامه، (۸) در (۴) جایگذاری می‌شود

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{(m_s d^2 + I_r)}{m_s d \cos(\phi)} \ddot{\phi} + \\ & \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 - m_s g d \sin(\phi)] \\ & + \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} (\tau_1 + \tau_2) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{(m_s d^2 + I_r)}{m_s d \cos(\phi)} * \frac{\ddot{\phi}(m_c + m_s)}{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2} [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin(\phi)] - \\ & \frac{(m_s d^2 + I_r)}{m_s d \cos(\phi)} \left[\frac{m_s d \cos(\phi)}{\ddot{\phi}(m_c + m_s)(m_s d^2 + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^2} \right] \left[\frac{\ddot{\phi} R(m_c + m_s) + m_s d \cos(\phi)}{R m_s d \cos(\phi)} \right] (\tau_1 + \tau_2) + \\ & \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} [m_s d^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^2 - m_s g d \sin(\phi)] + \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} (\tau_1 + \tau_2) \end{aligned} \quad (14)$$

جدول ۱: پارامترهای مهم مکانیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی [۳۴].

پارامتر مکانیکی	شرح	مقدار
d	فاصله بین C و C.G	۰٫۱ m
m_s	جرم بدنه	۴٫۳۱۵ kg
I_r, n_r	اینرسی چرخشی مستقیم بدنه در راستای محور عمود بر محور بین دوچرخ	$۳٫۶۷۹ \times 10^{-۳}$ kg.m ^۲
I_r, n_r	اینرسی چرخشی مستقیم بدنه در راستای محور بین دوچرخ	$۲۸٫۰۷ \times 10^{-۳}$ kg.m ^۲
L	نصف فاصله بین دو چرخ	۰٫۱ m
R	شعاع هر چرخ	۰٫۰۷۳ m
m_c	جرم هر چرخ	۰٫۵۰۳ kg

که $d_r(t)$ ، $d_r(t)$ و $d_r(t)$ بیانگر دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات خارجی هستند. برای طراحی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، فرضیات زیر باید برقرار باشند [۱۷] تا [۲۰]:

فرضیه ۱: تمامی متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری هستند.

فرضیه ۲: توابع غیر خطی $f_i(x_1, x_2)$ ، $f_r(x_1, x_2)$ و $f_r(x_1, x_2, x_3)$ دارای عدم قطعیت هستند. به عبارت دیگر $f_i(x) = \hat{f}_i(x) + f_{ui}(x)$ است که $\hat{f}_i(x)$ بخش معلوم و $f_{ui}(x)$ بخش نامعلوم تابع $f_i(x)$ هستند. اگرچه دینامیک $f_{ui}(x)$ نامعلوم است اما کران بالایی آن یعنی $f_{ui}(x) \leq f_i^{\max}$ مشخص می‌باشد.

فرضیه ۳: توابع غیر خطی $g_r(x_1)$ ، $g_r(x_2)$ و $g_r(x_3)$ کراندار و غیر صفر هستند. همچنین کران بالا و پایین بخش‌های نامعلوم این توابع یعنی $g_i^{\min} < g_i(x) \leq g_i^{\max}$ مشخص هستند.

فرضیه ۴: اغتشاشات خارجی نامعلوم اما کران بالایی مشخص دارند یعنی $\|d_i(t)\| \leq d_i^{\max}$.

۳- انتقال معادلات دینامیکی فضای حالت سیستم به حوزه خطا

در این بخش از مقاله، معادلات دینامیکی ربات دوچرخ تعادلی به حوزه خطا انتقال داده می‌شود. برای این کار تعاریف زیر ارائه می‌گردند

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - x_{d1} \\ e_2 &= x_2 - x_{d2} \\ e_3 &= x_3 - x_{d3} \\ e_4 &= x_4 - x_{d4} \\ e_5 &= x_5 - x_{d5} \\ e_6 &= x_6 - x_{d6} \end{aligned} \quad (۲۴)$$

که x_{d1} تا x_{d6} به ترتیب مسیرهای مطلوبی هستند که توسط متغیرهای حالت x_1 تا x_6 باید طی شوند. در ادامه از معادلات (۲۴) نسبت به زمان مشتق‌گیری نموده و سپس معادلات (۲۳) در آنها جایگذاری می‌گردند

$$\ddot{x} = [m_s d^\top \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^\top + m_s g d \sin(\phi)] \left[\frac{(m_s d^\top + I_r)}{m_s d \cos(\phi)} * \frac{\tau(m_c + m_s)}{\tau(m_c + m_s)(m_s d^\top + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^\top} - \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} \right] + \left[\frac{1}{m_s d \cos(\phi)} - \frac{(m_s d^\top + I_r)}{\tau(m_c + m_s)(m_s d^\top + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^\top} * \frac{\tau R(m_c + m_s) + m_s d \cos(\phi)}{R m_s d \cos(\phi)} \right] (\tau_1 + \tau_2) \quad (۱۵)$$

$$f_r(x_1, x_2) = [m_s d^\top \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\phi}^\top + m_s g d \sin(\phi)] \left[\frac{(m_s d^\top + I_r)}{m_s d \cos(\phi)} * \frac{\tau(m_c + m_s)}{\tau(m_c + m_s)(m_s d^\top + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^\top} - \frac{1}{m_s d \cos(\phi)} \right] \quad (۱۶)$$

$$g_r(x_1) = \left[\frac{1}{m_s d \cos(\phi)} - \frac{(m_s d^\top + I_r)}{\tau(m_c + m_s)(m_s d^\top + I_r) - (m_s d \cos(\phi))^\top} * \frac{\tau R(m_c + m_s) + m_s d \cos(\phi)}{R m_s d \cos(\phi)} \right] \quad (۱۷)$$

معادله فوق به صورت (۱۵) ساده می‌گردد و بر اساس متغیرهای حالت تعریف‌شده، توابع غیر خطی (۱۶) و (۱۷) معرفی می‌شوند. معادلات (۱۷) و (۱۶) در (۱۵) جایگذاری می‌گردد

$$\ddot{x} = f_r(x_1, x_2) + g_r(x_1)(\tau_1 + \tau_2) \quad (۱۸)$$

در ادامه، (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\ddot{\psi} = - \frac{m_s d^\top \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\psi} \dot{\phi}}{[(\tau L^\top + \frac{1}{\tau R^\top})m_c + m_s d^\top \sin^\top(\phi) + I_r]} + \frac{L(\tau_1 - \tau_2)}{R[(\tau L^\top + \frac{1}{\tau R^\top})m_c + m_s d^\top \sin^\top(\phi) + I_r]} \quad (۱۹)$$

بر اساس متغیرهای حالت بیان‌شده، توابع غیر خطی زیر معرفی و سپس در (۱۹) جایگذاری می‌شوند

$$f_r(x_1, x_2, x_3) = - \frac{m_s d^\top \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\psi} \dot{\phi}}{[(\tau L^\top + \frac{1}{\tau R^\top})m_c + m_s d^\top \sin^\top(\phi) + I_r]} \quad (۲۰)$$

$$g_r(x_1) = \frac{L}{R[(\tau L^\top + \frac{1}{\tau R^\top})m_c + m_s d^\top \sin^\top(\phi) + I_r]} \quad (۲۱)$$

$$\ddot{\psi} = f_r(x_1, x_2, x_3) + g_r(x_1)(\tau_1 - \tau_2) \quad (۲۲)$$

در ادامه با تعریف $\tau_1 + \tau_2 = u_1$ و $\tau_1 - \tau_2 = u_2$ و بر اساس توابع f_r ، g_r ، f_r ، g_r ، f_r و g_r معادلات دینامیکی ربات دوچرخ تعادلی در حوزه فضای حالت به صورت زیر خواهد بود

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1)u_1(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_3 &= x_4, \quad \dot{x}_4 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1)u_2(t) + d_2(t) \\ \dot{x}_5 &= x_6, \quad \dot{x}_6 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1)u_1(t) + d_3(t) \end{aligned} \quad (۲۳)$$

از معادلات فوق نتیجه می‌شود که با گذشت زمان خواهیم داشت

$$\begin{aligned} e_1 = z \Rightarrow \dot{e}_1 = e_2 = 0 \\ e_2 = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

نکته ۱: از آنجا که سطح لغزش s_1 دارای مقادیر صفر، مثبت یا منفی است بنابراین بر اساس (۲۹) متغیر z هم می‌تواند دارای مقادیر صفر، ε و $-\varepsilon$ باشد. در این صورت چون $0 < \varepsilon < 1$ است، پس متغیر z در بازه‌های زمانی معینی دارای مقدار ثابتی بوده و در نتیجه $\dot{e}_1 = e_2 = 0$ است. بر اساس نکته فوق، در صورتی که سطوح لغزش s_1 و s_2 به سمت صفر همگرا شوند نتیجه می‌شود که

$$e_1 = z, e_2 = 0, e_3 = 0 \quad (32)$$

نکته ۲: از آنجا که $z = \varepsilon \text{sat}(s_1/\phi)$ است، هرگاه $s_1 = 0$ شود آن گاه $z = 0$ خواهد شد و بنابراین خطای ردگیری e_1 نیز به سمت صفر همگرا خواهد شد.

قضیه ۱: در (۲۷) در صورتی که $u_1(t)$ به صورت زیر انتخاب شود، خطای ردگیری e_1, e_2, e_3 و e_4 با هر شرایط اولیه‌ای به صورت مجانبی به سمت صفر همگرا می‌شوند

$$u_1(t) = \frac{1}{\hat{g}_1}(-\hat{f}_1 - c_1(e_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{d1}) - \rho_1 \text{sign}(s_1) \quad (33)$$

که \hat{g}_1 و \hat{f}_1 به ترتیب دینامیک‌های معلوم g_1 و f_1 و ρ_1 ثابتی مثبت است.

اثبات: ورودی کنترل $u_1(t)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد

$$u_1(t) = u_{eq1}(t) + u_{s1}(t) \quad (34)$$

که $u_{eq1}(t)$ به گونه‌ای طراحی می‌شود که اگر $s_1 = 0$ گردید، از تغییرات سطح لغزش s_1 جلوگیری نماید در حالی که هدف از طراحی $u_{s1}(t)$ آن است که سطح لغزش s_1 را به سمت صفر همگرا نماید. برای طراحی $u_{eq1}(t)$ ، مشتق سطح لغزش s_1 را برابر صفر قرار می‌دهیم

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = c_1(\dot{e}_2 - \dot{z}) + \dot{e}_2 = 0 \\ \Rightarrow c_1(e_2 - \dot{z}) + \dot{e}_2 = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

در معادله فوق نتیجه می‌شود که با گذشت زمان برای این که e_2 به سمت صفر همگرا شود باید $Z = \dot{Z} = 0$ شوند. معادله (۲۷) در معادله فوق جایگذاری می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) + f_1 + g_1 u_1(t) + d_1 - \ddot{x}_{d1} = 0 \Rightarrow \\ \dot{s}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) + f_1 + g_1(u_{eq1}(t) + u_{s1}(t)) + d_1 - \ddot{x}_{d1} = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

حال $u_{eq1}(t)$ به صورت زیر انتخاب می‌شود

$$u_{eq1}(t) = \frac{1}{\hat{g}_1}(-\hat{f}_1 - c_1(e_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{d1}) \quad (37)$$

که \hat{g}_1 و \hat{f}_1 به ترتیب دینامیک‌های معلوم g_1 و f_1 هستند. با جایگذاری (۳۷) در (۳۶)، (۳۸) را داریم و در ادامه، η به صورت (۳۹) تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) + f_1 - \frac{g_1}{\hat{g}_1} \hat{f}_1 - \frac{g_1}{\hat{g}_1} c_1(e_2 - \dot{z}) + \frac{g_1}{\hat{g}_1} \ddot{x}_{d1} + g_1 u_{s1}(t) + d_1 - \ddot{x}_{d1} = 0 \\ \Rightarrow \dot{s}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) \left(1 - \frac{g_1}{\hat{g}_1}\right) + f_1 - \frac{g_1}{\hat{g}_1} \hat{f}_1 + \left(\frac{g_1}{\hat{g}_1} - 1\right) \ddot{x}_{d1} + d_1 + g_1 u_{s1}(t) = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\dot{s}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) \left(1 - \frac{g_1}{\hat{g}_1}\right) + f_1 - \frac{g_1}{\hat{g}_1} \hat{f}_1 + \left(\frac{g_1}{\hat{g}_1} - 1\right) \ddot{x}_{d1} + d_1 + (g_1 - 1) u_{s1}(t) + u_{s1}(t) = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{d1} = x_2 - \dot{x}_{d1} \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{d2} = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1) u_1(t) + d_1(t) - \ddot{x}_{d1} \quad (25) \\ \dot{x}_{d1} = x_{d2} \Rightarrow \ddot{x}_{d1} = \dot{x}_{d2} \end{aligned}$$

اگر همین روند برای تمامی معادلات (۲۴) انجام شود، معادلات دینامیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی در حوزه خطا به صورت زیر خواهد بود

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{d1} = e_2 \\ \dot{e}_2 = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1) u_1(t) + d_1(t) - \ddot{x}_{d1} \\ \dot{e}_3 = x_3 - \dot{x}_{d3} = e_4 \\ \dot{e}_4 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1) u_2(t) + d_2(t) - \ddot{x}_{d2} \quad (26) \\ \dot{e}_5 = x_4 - \dot{x}_{d5} = e_6 \\ \dot{e}_6 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1) u_3(t) + d_3(t) - \ddot{x}_{d3} \end{aligned}$$

معادلات (۲۶) نشان می‌دهند که می‌توان معادلات دینامیکی این سیستم را به دو زیرسیستم فروتحریک و تمام‌تحریک تقسیم نمود. معادلات زیرسیستم فروتحریک به صورت زیر است

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1) u_1(t) + d_1(t) - \ddot{x}_{d1} \\ \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1) u_2(t) + d_2(t) - \ddot{x}_{d2} \end{aligned} \quad (27)$$

زیرسیستم فوق، فروتحریک است زیرا تنها دارای ورودی $u_1(t)$ می‌باشد و خروجی‌های آن به ترتیب e_1 و e_2 هستند در حالی که زیرسیستم تمام‌تحریک معادله زیر دارای ورودی $u_2(t)$ و خروجی e_5 است

$$\begin{aligned} \dot{e}_5 = e_6 \\ \dot{e}_6 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1) u_3(t) + d_3(t) - \ddot{x}_{d3} \end{aligned} \quad (28)$$

در ادامه مقاله و در بخش طراحی کنترل کننده‌ها، به منظور اختصارنویسی به جای $f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2), f_3(x_1, x_2, x_3), g_1(x_1), g_2(x_1), g_3(x_1)$ به ترتیب از $d_1(t), d_2(t), d_3(t)$ استفاده می‌شود.

۴- طراحی کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول برای زیرسیستم فروتحریک

در این بخش کنترل کننده مد لغزشی به گونه‌ای طراحی می‌شود که خطاهای ردگیری e_1 و e_2 در زیرسیستم فروتحریک (۲۷) صفر شوند. بدین منظور سطوح لغزش زیر پیشنهاد می‌گردند

$$\begin{aligned} s_1 = c_1(e_1 - z) + \dot{e}_1 \\ s_2 = c_2(e_2) + \dot{e}_2 \end{aligned} \quad (29)$$

$$z = \varepsilon \text{sat}\left(\frac{s_1}{\phi}\right)$$

که c_1, c_2 و ϕ ثابت‌هایی مثبت، $0 < \varepsilon < 1$ و $\text{sat}(\cdot)$ تابع اشباع است. معادلات فوق نشان می‌دهند اگر $s_1 = s_2 = 0$ شوند آن گاه داریم

$$\dot{e}_1 + c_1(e_1 - z) = 0, \dot{e}_2 + c_2(e_2) = 0 \quad (30)$$

اثبات: از آنجا که فرایند اثبات این قضیه نظیر اثبات قضیه ۱ است، از آوردن آن در این بخش صرف نظر می‌شود.

نکته ۴: از آنجا که برای زیرسیستم تمام‌تحریک (۲۸) یک سطح لغزش تعریف می‌شود بنابراین برای اثبات قضیه ۲ دیگر نیازی به تعریف متغیر z نیست و به همین دلیل اثبات قضیه ۲ ساده‌تر از قضیه ۱ است.

۴-۲ اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

در (۲۶) اگر $u_1(t)$ و $u_2(t)$ را به ترتیب مطابق (۳۳) و (۴۶) انتخاب نماییم، بر اساس قضایای ۱ و ۲ زیرسیستم‌های فروتحریک و تمام‌تحریک معادلات (۲۷) و (۲۸) پایدار شده و آن گاه خطاهای ردگیری e_1, e_2, e_3 موجود به سمت صفر همگرا می‌شوند. بنابراین سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری می‌گردد.

۵- طراحی کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم برای کنترل زیرسیستم فروتحریک

در این بخش از مقاله برای کنترل زیرسیستم فروتحریک (۲۷)، کنترل‌کننده مد لغزش دیگری پیشنهاد می‌شود. بدین منظور سطوح لغزش زیر تعریف می‌گردد

$$\begin{aligned} s_1 &= \lambda_1 e_1 + e_2 \\ s_2 &= \lambda_2 e_2 + e_3 \end{aligned} \quad (47)$$

که λ_1 و λ_2 ثابت‌های مثبتی هستند. مطابق روش طراحی بخش قبل، ورودی‌های معادل این زیرسیستم را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$\begin{aligned} u_{eq_1}(t) &= \frac{1}{\hat{g}_1} (-\hat{f}_1 - \lambda_1 e_2 + \ddot{x}_{d1}) \\ u_{eq_2}(t) &= \frac{1}{\hat{g}_2} (-\hat{f}_2 - \lambda_2 e_3 + \ddot{x}_{d2}) \end{aligned} \quad (48)$$

قضیه ۳: در زیرسیستم (۲۷)، در صورتی که $u_1(t)$ به صورت زیر انتخاب شود، خطای ردگیری e_1, e_2, e_3 و e_4 با هر شرایط اولیه‌ای به صورت مجانبی به سمت صفر همگرا می‌شوند

$$\begin{aligned} u_1(t) &= u_{eq_1}(t) + u_{eq_2}(t) + u_s(t) \\ u_s(t) &= \frac{-1}{(\gamma \hat{g}_2 + \alpha \hat{g}_1)} \times \\ & [\gamma \hat{g}_1 u_{eq_1}(t) + \alpha \hat{g}_2 u_{eq_2}(t) + ks + \rho_r \text{sign}(s)] \end{aligned} \quad (49)$$

که α, γ, κ و ρ_r ثابت‌های مثبتی هستند.

اثبات: برای اثبات قضیه ۳، سطح لغزش s به صورت ترکیبی از سطوح لغزش s_1 و s_2 در نظر گرفته می‌شود

$$s = \alpha s_1 + \gamma s_2 \quad (50)$$

که α و γ ضرایب ثابتی هستند. برای طراحی ورودی $u_s(t)$ تابع کاندیدای لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌گردد

$$V(S) = \frac{1}{2} S^2 \quad (51)$$

از تابع کاندیدای لیاپانوف نسبت به زمان مشتق می‌گیریم

$$\dot{V}(S) = S\dot{S} = S[\alpha(\lambda_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2) + \gamma(\lambda_2 \dot{e}_2 + \dot{e}_3)] \quad (52)$$

معادلات (۲۷)، (۴۸) و (۴۹) در (۵۲) جایگذاری می‌شوند

$$\eta = c_1(e_2 - \dot{z})(1 - \frac{\hat{g}_1}{\hat{g}_1}) + \hat{f}_1 - \frac{\hat{g}_1}{\hat{g}_1} \hat{f}_1 + \quad (39)$$

$$(\frac{\hat{g}_1}{\hat{g}_1} - 1)\ddot{x}_{d1} + d_1 + (g_1 - 1)u_{s_1}(t)$$

نکته ۳: در حقیقت η جمع تمامی عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی زیرسیستم فروتحریک است

$$\dot{s}_1 = \eta + u_{s_1}(t) = 0 \quad (40)$$

برای طراحی $u_{s_1}(t)$ تابع کاندیدای لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌شود

$$V_1(s_1) = \frac{1}{2} s_1^2 \quad (41)$$

از معادله فوق نسبت به زمان مشتق می‌گیریم

$$\dot{V}_1(s_1) = s_1 \dot{s}_1 = s_1(\eta + u_{s_1}(t)) \quad (42)$$

حال $u_{s_1}(t)$ به صورت زیر انتخاب می‌گردد

$$u_{s_1}(t) = -\rho_1 \text{sign}(s_1) \quad (43)$$

که ρ_1 ثابت مثبتی است. با جایگذاری (۴۳) در (۴۲) داریم

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(s_1) &= s_1(\eta - \rho_1 \text{sign}(s_1)) = \\ s_1 \eta - \rho_1 \frac{s_1^2}{|s_1|} &= s_1 \eta - \rho_1 |s_1| \end{aligned} \quad (44)$$

در صورتی که $\dot{V}_1(s_1) \leq 0$ می‌شود که $\rho_1 > |\eta|$ انتخاب گردد و از طرف دیگر در صورتی که $\dot{V}_1(s_1) = 0$ می‌شود که $s_1 = 0$ گردد. بنابراین طبق قضیه لاسال با انتخاب $u_{s_1}(t)$ و انتخاب مناسب ضریب ρ_1 ، $\dot{V}_1(s_1)$ کوچک‌تر از صفر می‌شود و در نتیجه با گذشت زمان s_1 به سمت صفر همگرا می‌گردد [۳۵]. با صفر شدن سطح لغزش s_1 بر اساس (۳۰)، $e_2 = 0$ و $e_3 = z$ می‌شود. از طرفی بر اساس (۳۵)، در صورتی که $e_2 = 0$ می‌شود که $z = \dot{z} = 0$ باشد. بنابراین نتیجه می‌گیریم که با صفر شدن $e_2 = 0$ ، $e_3 = z = s_2 = 0$ می‌گردند. در ادامه با صفر شدن s_2 ، e_3 نیز با گذشت زمان صفر می‌شود.

پس از (۳۴)، (۳۷) و (۴۳) نتیجه می‌شود که $u_1(t)$ به فرم زیر است

$$u_1(t) = \frac{1}{\hat{g}_1} (-\hat{f}_1 - c_1(e_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{d1}) - \rho_1 \text{sign}(s_1) \quad (45)$$

۴-۱ طراحی کنترل مد لغزشی برای زیرسیستم تمام‌تحریک

در این بخش از مقاله، کنترل‌کننده مد لغزشی به گونه‌ای طراحی می‌شود که خطای ردگیری e_4 در زیرسیستم تمام‌تحریک (۲۸) صفر شود.

قضیه ۲: در زیرسیستم (۲۸) در صورتی که $u_2(t)$ به صورت زیر انتخاب شود خطاهای ردگیری e_4 و e_5 با هر شرایط اولیه‌ای به صورت مجانبی به سمت صفر همگرا می‌شوند

$$u_2(t) = \frac{1}{\hat{g}_2} (-\hat{f}_2 - c_2 e_5 + \ddot{x}_{d2}) - \rho_2 \text{sign}(s_2) \quad (46)$$

$$s_2 = c_2 e_5 + e_6$$

که c_2 و ρ_2 ثابت‌هایی مثبت و \hat{g}_2 و \hat{f}_2 به ترتیب دینامیک‌های معلوم g_2 و f_2 هستند.

$$\dot{V}(S) = S\dot{S} = S[\alpha(\lambda_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_1) + \gamma(\lambda_2 \dot{e}_2 + \dot{e}_2)]$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(S) &= S[\alpha(\lambda_1 e_1 + \hat{f}_1 + \hat{g}_1(u_{eq1} + u_{eq2} + u_s) + d_1) + \gamma(\lambda_2 e_2 + \hat{f}_2 + \hat{g}_2(u_{eq1} + u_{eq2} + u_s) + d_2)] = \\ &S[\alpha\lambda_1 e_1 + \alpha\hat{f}_1 + \alpha\hat{g}_1(u_{eq1} + u_{eq2} + u_s) + \alpha\hat{g}_1(u_{eq1} + u_{eq2} + u_s) + \gamma\lambda_2 e_2 + \gamma\hat{f}_2 + \gamma\hat{g}_2(u_{eq1} + u_{eq2} + u_s) + \alpha d_1 + \gamma d_2] = \\ &S[\alpha\hat{g}_1(u_{eq1} + u_s) + \gamma\hat{g}_2(u_{eq1} + u_s) + \alpha d_1 + \gamma d_2] = S[\alpha\hat{g}_1(u_{eq1} + u_s) + \gamma\hat{g}_2(u_{eq1} + u_s) + \alpha d_1 + \gamma d_2] = \\ &S[(\gamma\hat{g}_2 u_{eq1} + \alpha\hat{g}_1 u_{eq1}) + u_s(\gamma\hat{g}_2 + \alpha\hat{g}_1) + \alpha d_1 + \gamma d_2] \end{aligned} \quad (53)$$

ورودی $u_s(t)$ به صورت زیر انتخاب می‌گردد $\dot{V}(S) = S\dot{S} \leq -kS^\tau - \rho_\tau |S| + |S|(\alpha D_1 + \gamma D_2) < \infty$ (59)

از معادله فوق نتیجه می‌شود که $\dot{S} \in L_\infty$ است یعنی $u_s(t) = \frac{-1}{(\gamma\hat{g}_2 + \alpha\hat{g}_1)} \times$ (54)

$$[\gamma\hat{g}_2 u_{eq1}(t) + \alpha\hat{g}_1 u_{eq1}(t) + ks + \rho_\tau \text{sign}(s)]$$

بنابراین از (58) و (60) نتیجه می‌شود که ρ_τ و k ثابت‌های مثبتی هستند. با جایگذاری (54) در (53) داریم

$$\dot{V}(S) = S[-ks - \rho_\tau \text{sign}(S) + \alpha d_1 + \gamma d_2] =$$

$$-kS^\tau - \rho_\tau |S| + S(\alpha d_1 + \gamma d_2) \leq$$

$$-kS^\tau - \rho_\tau |S| + |S|(\alpha D_1 + \gamma D_2)$$

که از (55) نتیجه می‌شود که با انتخاب مناسب ضرایب α ، ρ_τ ، k و γ مشتق تابع لیاپانوف کوچک‌تر از صفر می‌گردد. بنابراین سطح لغزش S با گذشت زمان به سمت صفر همگرا می‌شود.

نکته 5: معادله (55) نشان می‌دهد که با انتخاب مناسب ضرایب k ، ρ_τ ، α و γ ، می‌توان سطح لغزش S را به سمت صفر همگرا نمود. اما صفرشدن سطح لغزش S لزوماً صفرشدن سطوح لغزش s_1 و s_2 را به دنبال ندارد. بنابراین صفرشدن سطح لغزش S ، اثبات پایداری زیرسیستم (27) را تضمین نمی‌نماید.

1-5 تحلیل پایداری زیرسیستم فروتحریک در حضور کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم

در بخش قبل اثبات شد که ورودی کنترل با (47) تا (50)، سطح لغزش S را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود به سمت صفر همگرا می‌نماید. در این بخش می‌خواهیم ثابت کنیم که صفرشدن سطح لغزش S ، باعث صفرشدن سطوح لغزش s_1 و s_2 گردیده و در نهایت زیرسیستم فروتحریک دارای پایداری مجانبی سراسری می‌شود و قضیه 3 اثبات می‌گردد. برای تحلیل پایداری زیرسیستم فروتحریک از دو طرف (55) نسبت به زمان انتگرال می‌گیریم

$$S_1 = (\alpha_1 s_1 + \gamma s_2)$$

$$S_2 = (\alpha_2 s_1 + \gamma s_2) \quad (62)$$

با توجه به مطالب فوق می‌دانیم که اگر $\rho_\tau > (\alpha D_1 + \alpha D_2)$ باشد، آن گاه مقادیر α و γ تأثیر مستقیمی بر پایداری سیستم ندارند. بنابراین دو سطح لغزش زیر معرفی می‌گردند

که $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ، α_1 و α_2 ثابت‌های دلخواهی بوده و فرض بر آن است که $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ، پس $S_1 \neq S_2$ است. همچنین $\int_0^\infty s_1^\tau dt < \infty$ و $\int_0^\infty s_2^\tau dt < \infty$ فرض می‌شود. از (57) داریم

$$\int_0^\infty s_1^\tau dt = \int_0^\infty (\alpha_1^\tau \alpha_1^\tau + \gamma \alpha_1^\tau s_2 s_2 + \gamma^\tau s_2^\tau) dt < \infty$$

$$\int_0^\infty s_2^\tau dt = \int_0^\infty (\alpha_2^\tau \alpha_2^\tau + \gamma \alpha_2^\tau s_1 s_1 + \gamma^\tau s_1^\tau) dt < \infty$$

پس $\int_0^\infty (S_1^\tau - S_2^\tau) dt =$

$$\int_0^\infty ((\alpha_1^\tau - \alpha_2^\tau) s_1^\tau + \gamma (\alpha_1 - \alpha_2) s_1 s_2) dt < \infty$$

در ادامه داریم

$$= \int_0^\infty ((\alpha_1^\tau - \alpha_2^\tau) s_1^\tau + \gamma (\alpha_1 - \alpha_2) s_1 (S_1 - \alpha_1 s_1)) dt =$$

$$\int_0^\infty -(\alpha_1 - \alpha_2)^\tau s_1^\tau dt + \int_0^\infty \gamma (\alpha_1 - \alpha_2) s_1 S_1 dt > \cdot$$

از (57) نتیجه می‌شود

$$\int_0^\infty ((\rho_\tau - (\alpha D_1 + \gamma D_2)) |S| + kS^\tau) dt =$$

$$\int_0^\infty (\rho_\tau - (\alpha D_1 + \gamma D_2)) |S| dt + \int_0^\infty kS^\tau dt \leq V(\cdot) < \infty$$

از آنجا که $\rho_\tau > \alpha D_1 + \gamma D_2$ و $k > 0$ است بنابراین $\int_0^\infty kS^\tau dt \geq 0$ و $\int_0^\infty (\rho_\tau - (\alpha D_1 + \gamma D_2)) |S| dt \geq 0$ ، چون جمع دو مقدار مثبت، یک مقدار محدود است، بنابراین هر کدام از این مقادیر مثبت نیز محدود

$$\int_0^t \dot{V} dt = \int_0^t (-kS^\tau - \rho_\tau |S| + |S|(\alpha D_1 + \gamma D_2)) dt$$

$$V(t) - V(\cdot) = \int_0^t (-(\rho_\tau - (\alpha D_1 + \gamma D_2)) |S| - kS^\tau) dt$$

در ادامه از (51) و (56) داریم

$$V(t) = \frac{1}{\tau} S^\tau = V(\cdot) -$$

$$\int_0^\infty ((\rho_\tau - (\alpha D_1 + \gamma D_2)) |S| + kS^\tau) dt \leq V(\cdot) < \infty$$

از (57) نتیجه می‌شود که $S \in L_\infty$ است. به عبارت دیگر

$$\sup_{t \geq 0} |S| = \|S\|_\infty < \infty$$

از (55) و (58) خواهیم داشت

$0 < \varepsilon < 1$ انتخاب می‌شود. در صورتی که مقدار این ضریب خیلی نزدیک به ۱ انتخاب گردد، متغیر z دیرتر به سمت صفر همگرا می‌شود و این امر باعث می‌گردد تا عمل تجزیه‌سازی در بین متغیرهای حالت زیرسیستم فروتحریک به صورت کامل انجام نشود و این امر باعث بروز خطای حالت ماندگار در ردگیری مسیرهای مطلوب در این زیرسیستم می‌گردد. اما اگر مقدار این ضریب را به صفر نزدیک نماییم، عمل تجزیه‌سازی به طور کامل انجام شده و هیچ گونه خطای حالت ماندگاری مشاهده نخواهد شد.

- تعداد ضرایب ورودی کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول کمتر از ضرایب کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم است و تنظیم این ضرایب بسیار ساده‌تر است زیرا در کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم، α و γ ضرایب ثابتی هستند. بنابراین مقدار این ضرایب می‌توانند مثبت و یا منفی باشند. در این صورت تنظیم این ضرایب از طریق استفاده از روش سعی و خطا دشوار است.

- در صورتی که ضرایب ورودی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی به خوبی تنظیم شده باشند، عمل تجزیه‌سازی در بین متغیرهای حالت در زیرسیستم فروتحریک از طریق کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول کامل‌تر انجام می‌شود. به همین دلیل عملکرد این کنترل‌کننده در غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری، غیر ساختاری و اغتشاشات خارجی مطلوب‌تر است. این مورد در بخش شبیه‌سازی‌ها به صورت کامل نشان داده می‌شود.

- برای پیاده‌سازی کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول، دسترسی به دینامیک‌های معلوم g_1 و f_1 کافی است در حالی که برای پیاده‌سازی کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم دسترسی به دینامیک‌های معلوم f_1, f_2, g_1 و g_2 ضروری است. این امر حجم محاسبات و ماکسیم دامنه ورودی کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم را بسیار افزایش می‌دهد.

- با پیاده‌سازی کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی، کنترل دینامیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی به صورت کامل انجام می‌شود و دیگر نیازی به استفاده از روش کنترل سینماتیک در این سیستم نیست. بنابراین حضور عدم قطعیت‌های ساختاری دیگر نمی‌توانند تأثیری بر روی پایداری سیستم حلقه بسته و خطای ردگیری داشته باشند.

۷- شبیه‌سازی

در این بخش از مقاله، برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، شبیه‌سازی‌هایی در چند مرحله بر روی سیستم ربات دوچرخ تعادلی پیاده‌سازی می‌شود. در انجام شبیه‌سازی‌ها تلاش گردید تا کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در هر مرحله با چالش جدی‌تری مواجه شوند تا قادر باشیم که عملکرد آنها را بررسی و مقایسه نماییم. برای انجام شبیه‌سازی‌ها، پارامترهای سیستم ربات دوچرخ تعادلی برابر با مقادیر جدول ۱ تنظیم گردید. شرایط اولیه متغیرهای حالت این سیستم به صورت $x_1(0) = \pi/180$ و بقیه آنها برابر با صفر در نظر گرفته شدند. مسیر مطلوب متغیرهای حالت، برابر با $x_{d1} = 0$ و $x_{d2} = \pi/2$ انتخاب گردیدند. لازم به ذکر است که برای متغیر حالت x_2 ، به منظور ایجاد چالش‌های اساسی برای کنترل‌کننده‌های پیشنهادی و بررسی دقیق‌تر عملکرد آنها، در شبیه‌سازی‌های مرحله‌ای مسیرهای مطلوب متفاوتی انتخاب شده است. ضرایب کنترل‌کننده‌های پیشنهادی به ترتیب در جداول ۲ و ۳ آمده است. در تمامی مراحل شبیه‌سازی‌ها برای جلوگیری از

خواهند بود. پس $\|S\| \leq \infty$ یعنی $S \in L_1$ است. در ادامه از (۶۵) خواهیم داشت

$$\int_0^{\infty} (\alpha_1 - \alpha_2)^2 s_1^2 dt < \int_0^{\infty} \gamma (\alpha_1 - \alpha_2) s_1 s_2 dt \leq \gamma \int_0^{\infty} |(\alpha_1 - \alpha_2) s_1 s_2| dt \leq \gamma |\alpha_1 - \alpha_2| \int_0^{\infty} \|s_1\|_{\infty} \|s_2\|_{\infty} dt = \gamma |\alpha_1 - \alpha_2| \|s_1\|_{\infty} \|s_2\|_{\infty} < \infty \quad (67)$$

از (۶۷) داریم

$$\int_0^{\infty} s_1^2 dt < \infty \quad (68)$$

به روش مشابه اثبات می‌شود که

$$\int_0^{\infty} s_2^2 dt < \infty \quad (69)$$

از (۶۸) و (۶۹) نتیجه می‌شود که $s_1 \in L_2$ و $s_2 \in L_2$ است. از آنجا که $\dot{s}_1 \in L_{\infty}$ و $s_1 \in L_{\infty}$ هستند بنابراین بر اساس لم باربالت می‌توان نتیجه گرفت که $\lim_{t \rightarrow \infty} s_1 = 0$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} s_2 = 0$ است و قضیه ۳ اثبات می‌گردد [۳۵].

کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم نهایی برای زیرسیستم فروتحریک (۲۷) در زیر آمده است

$$\begin{cases} u_1(t) = u_{eq1}(t) + u_{eq2}(t) + u_s(t) \\ u_{eq1}(t) = \frac{1}{\hat{g}_1} (-\hat{f}_1 - \lambda_1 e_1 + \ddot{x}_{d1}), \\ u_{eq2}(t) = \frac{1}{\hat{g}_2} (-\hat{f}_2 - \lambda_2 e_2 + \ddot{x}_{d2}) \\ u_s(t) = \frac{-1}{(\gamma \hat{g}_2 + \alpha \hat{g}_1)} \times \\ [\gamma \hat{g}_2 u_{eq1}(t) + \alpha \hat{g}_1 u_{eq2}(t) + ks + \rho_r \text{sign}(S)] \end{cases} \quad (70)$$

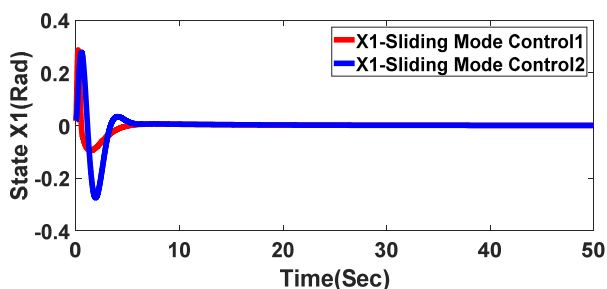
۵-۲ اثبات پایداری سیستم حلقه بسته در حضور کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم برای زیرسیستم فروتحریک

در (۲۶) اگر $u_1(t)$ و $u_2(t)$ را به ترتیب مطابق (۷۰) و (۴۶) انتخاب نماییم، بر اساس قضایای ۳ و ۲ زیرسیستم‌های فروتحریک و تمام‌تحریک (۲۷) و (۲۸) پایدار شده و آن‌گاه خطاهای ردگیری e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 و e_6 با هر شرایط اولیه‌ای در حضور عدم قطعیت‌های موجود به سمت صفر همگرا می‌شوند و بنابراین سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری می‌گردد.

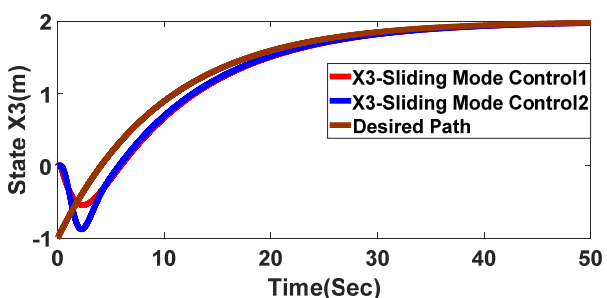
۶- بررسی و مقایسه مزایا و معایب کنترل‌کننده‌های پیشنهادی اول و دوم زیرسیستم فروتحریک

کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم زیرسیستم فروتحریک دارای مزایا و معایبی هستند که در زیر به آنها اشاره می‌شود:

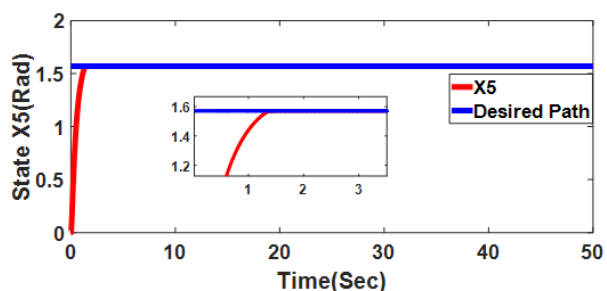
- اثبات پایداری قضیه ۱ و به عبارت دیگر زیرسیستم فروتحریک در حضور کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول، خیلی به مقدار متغیر z وابسته است. از آنجا که $z = \varepsilon \text{sat}(s_1/\phi)$ است بنابراین نتیجه می‌شود که مقدار این متغیر به انتخاب درست ضریب ε وابسته است. همان طور که در بخش ۳ بیان شد، مقدار این ضریب در بازه



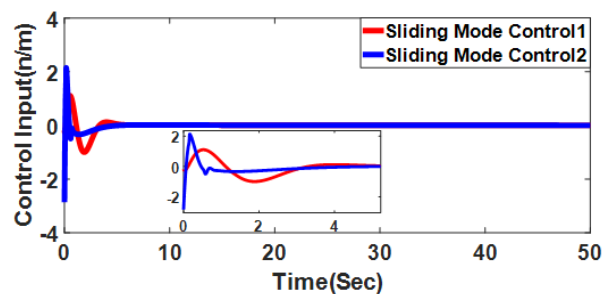
شکل ۲: رفتار متغیر حالت x_1 زیرسیستم فروتحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری.



شکل ۳: رفتار متغیر حالت x_3 زیرسیستم فروتحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری.



شکل ۴: رفتار متغیر حالت x_5 زیرسیستم تمام‌تحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری.



شکل ۵: ورودی کنترل زیرسیستم فروتحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری.

ردگیری، نیاز به زمان زیادی دارند و این امر پاسخ زمانی کنترل‌کننده‌ها را افزایش می‌دهد. بنابراین واضح است که اگر شرایط اولیه متغیر حالت x_5 به مسیر مطلوب نزدیک‌تر باشد، پاسخ زمانی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی سریع‌تر می‌شود.

در شکل ۴ مشاهده می‌گردد که کنترل مد لغزشی پیشنهادی زیرسیستم تمام‌تحرک را به خوبی کنترل نموده و متغیر حالت x_5 را در زمانی برابر با ۱٫۵ ثانیه به مقدار مطلوب رسانده است. از شکل ۵ نتیجه می‌شود که اگرچه عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در کنترل زیرسیستم فروتحرک خیلی نزدیک به یکدیگر است اما ماکسیمم دامنه کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم، تقریباً ۲٫۵ برابر ماکسیمم دامنه کنترل

جدول ۲: ضرایب کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول زیرسیستم فروتحرک و کنترل مد لغزشی پیشنهادی زیرسیستم تمام‌تحرک.

مقدار	ضرایب کنترل مد لغزشی
۱۵	C_1
۰٫۴۵	C_2
۲۰	C_3
۵	ρ_1
۶	ρ_2
۰٫۴۲	ε
۱۲	\varnothing

جدول ۳: ضرایب کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم زیرسیستم فروتحرک و کنترل مد لغزشی پیشنهادی زیرسیستم تمام‌تحرک.

مقدار	ضرایب کنترل مد لغزشی
۲٫۸	λ_1
۰٫۶	λ_2
۲۰	C_4
۶	ρ_4
۴	ρ_5
۰٫۴۵	α
۱	γ
۳	k

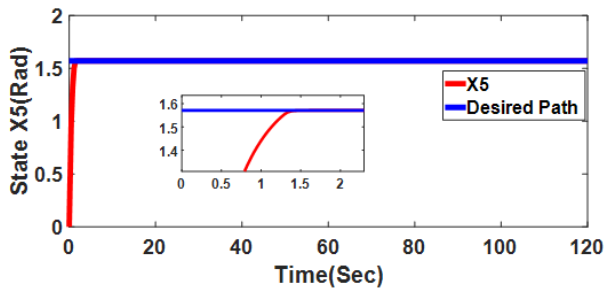
بروز لرزش در ورودی کنترل، از روش ایجاد یک لایه مرزی در اطراف سطح لغزش صفر استفاده شده است.

۷-۱ شبیه‌سازی مرحله اول

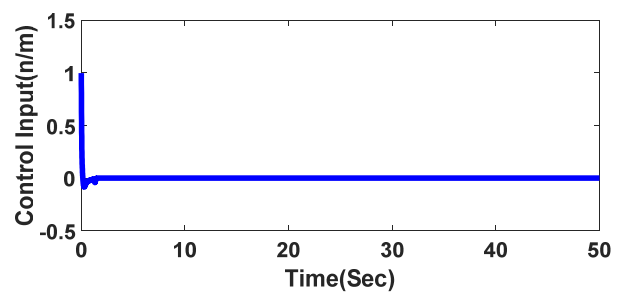
در این بخش از شبیه‌سازی، عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی فقط در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری بررسی می‌گردد و عدم قطعیت‌های غیر ساختاری نظیر اغتشاشات خارجی صفر در نظر گرفته شده‌اند. برای اعمال عدم قطعیت‌های ساختاری، در طراحی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی فرض گردید که مقادیر پارامترهای سیستم ربات دوچرخ تعادلی ۸۵٪ مقادیر جدول ۱ است. بدین ترتیب کنترل‌کننده‌های پیشنهادی با ۱۵٪ خطای تخمین در پارامترهای سیستم روبه‌رو هستند.

پس از اجرای شبیه‌سازی از شکل‌های ۲ و ۳ نتیجه می‌شود که کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم به خوبی عمل نموده و متغیرهای حالت زیرسیستم فروتحرک را به سمت مقادیر مطلوب همگرا نموده‌اند. از این شکل‌ها نتیجه می‌شود که عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در کنترل این زیرسیستم خیلی نزدیک به یکدیگر است و تنها در ابتدای فرایند کنترل دیده می‌شود که متغیرهای حالت x_1 و x_3 با اعمال کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم دارای ماکسیمم تغییرات بیشتری هستند.

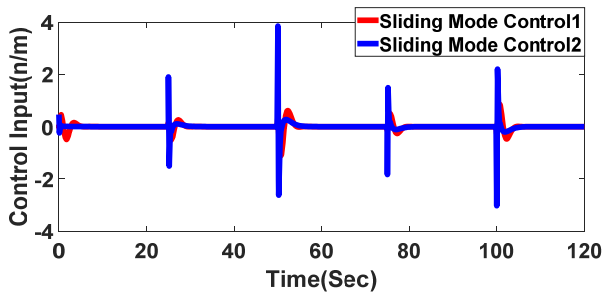
نکته ۶: با دقت در شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود که عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی به گونه‌ای است که متغیرهای حالت x_1 و x_3 به ترتیب در زمان‌هایی برابر با ۸ و ۳۰ ثانیه به سمت مقادیر مطلوب همگرا شده‌اند. علت کندبودن این پاسخ زمانی به انتخاب شرایط اولیه متغیر حالت x_3 برمی‌گردد. همان‌طور که بیان گردید $x_3(0) = 0$ است، اما همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود در لحظه شروع فرایند شبیه‌سازی، اندازه خطای ردگیری e_3 برابر با ۱ متر است. به همین دلیل کنترل‌کننده‌های پیشنهادی برای کاهش و در نهایت صفرنمودن خطای



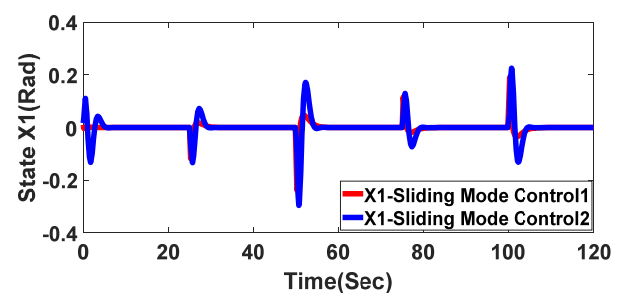
شکل ۹: رفتار متغیر حالت x_5 زیرسیستم تمام‌تحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات خارجی ثابت با زمان.



شکل ۶: ورودی کنترل زیرسیستم تمام‌تحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری.



شکل ۱۰: ورودی کنترل زیرسیستم فروتحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات خارجی ثابت با زمان.

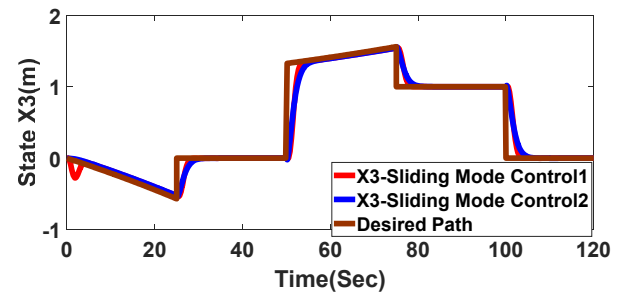


شکل ۷: رفتار متغیر حالت x_1 زیرسیستم فروتحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات خارجی ثابت با زمان.

عمل نموده‌اند و علاوه بر آن که توانسته‌اند سیستم ربات دوچرخ تعادلی را در حالت قائم نگاه دارند، بلکه باعث گردیده‌اند تا ربات به خوبی مسیر مطلوب را ردگیری نماید. با دقت در این شکل‌ها می‌بینیم که در بخش‌های ناهموار مسیر، تعادل ربات دچار نوساناتی می‌شود ولی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی به خوبی عمل نموده و مانع از برهم خوردن تعادل این ربات می‌شوند. لازم به ذکر است که رفتار متغیر حالت x_1 با اعمال کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول دارای دامنه نوسانات کمتری است اما اختلاف رفتار متغیر حالت x_1 در حضور کنترل‌کننده‌های پیشنهادی خیلی محسوس نیست. در شکل ۹ مشاهده می‌شود که فرایند کنترل زیرسیستم تمام‌تحرک به خوبی انجام شده و کنترل مد لغزشی پیشنهادی، متغیر حالت x_5 را در حضور عدم قطعیت‌های موجود در زمان ۱/۵ ثانیه به سمت مقدار مطلوب همگرا نموده است. از شکل ۱۰ نتیجه می‌شود که کنترل‌کننده‌های پیشنهادی برای حفظ تعادل سیستم ربات دوچرخ در حضور عدم قطعیت‌های موجود و مسیر متغیر با زمان ناهموار، مجبور به صرف انرژی بیشتری هستند. اما با دقت در این شکل درمی‌یابیم که عملکرد مطلوب کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم با ماکسیمم دامنه بسیار زیادی همراه است. با مقایسه شکل‌های ۷، ۸ و ۱۰ نتیجه می‌شود که اگرچه عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در کنترل متغیرهای حالت x_1 و x_5 بسیار به یکدیگر نزدیک است، اما یک اختلاف ۴ برابری در ماکسیمم دامنه آنها قابل چشم‌پوشی نیست. در شکل ۱۱ مشاهده می‌گردد که کنترل مد لغزشی پیشنهادی برای کنترل زیرسیستم تمام‌تحرک با چالش بیشتری روبه‌رو بوده و برای حفظ موقعیت متغیر حالت x_5 ، دارای ماکسیمم دامنه‌ای برابر با ۲ نیوتن بر متر است.

۷-۳ شبیه‌سازی مرحله سوم

در این بخش از شبیه‌سازی، عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در برخورد با چالش‌های اساسی‌تری مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور علاوه بر عدم قطعیت‌های ساختاری موجود در شبیه‌سازی‌های مرحله اول و دوم، سیستم ربات دوچرخ تعادلی در معرض اغتشاشات خارجی متغیر با



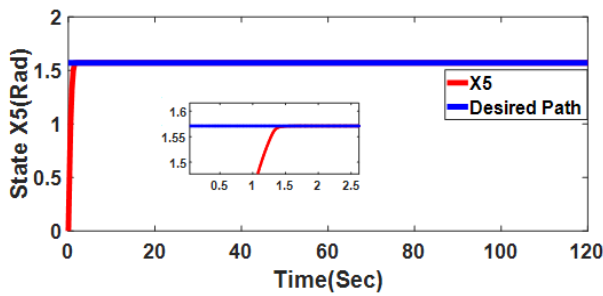
شکل ۸: رفتار متغیر حالت x_3 زیرسیستم فروتحرک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات خارجی ثابت با زمان.

مد لغزشی پیشنهادی اول است. در شکل ۶ می‌بینیم که کنترل زیرسیستم تمام‌تحرک با ماکسیمم دامنه ۱ نیوتن بر متر انجام شده است. اگرچه شرایط اولیه متغیر حالت x_5 برابر با صفر رادیان انتخاب شده و کنترل‌کننده‌های پیشنهادی برای انتقال سیستم ربات دوچرخ تعادلی از حالت خوابیده به حالت قائم، نیاز به صرف انرژی بیشتری دارند اما از شکل‌های ۵ و ۶ نتیجه می‌گردد که ماکسیمم دامنه ورودی‌های کنترل در محدوده قابل قبولی قرار دارند.

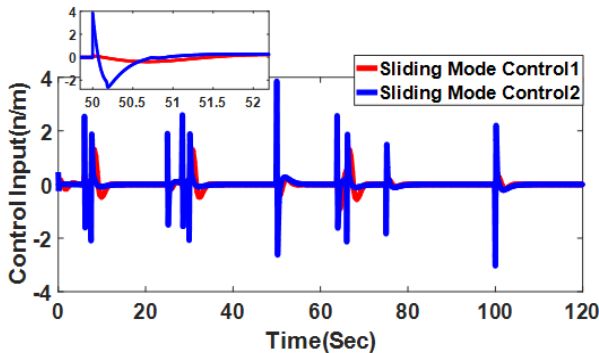
۷-۲ شبیه‌سازی مرحله دوم

در این بخش از شبیه‌سازی، کنترل‌کننده‌های پیشنهادی با چالش بیشتری مواجه می‌گردند. بدین منظور علاوه بر عدم قطعیت‌های ساختاری مرحله اول شبیه‌سازی، سیستم ربات دوچرخ تعادلی در معرض اغتشاشات خارجی ثابت با زمانی برابر با $d_c(t) = d_s(t) = d_r(t) = 0.03$ قرار می‌گیرد. علاوه بر آن یک مسیر متغیر با زمان ناهموار برای سیستم ربات دوچرخ انتخاب شد. شرایط اولیه متغیرهای حالت عیناً برابر با شبیه‌سازی مرحله اول تنظیم گردید.

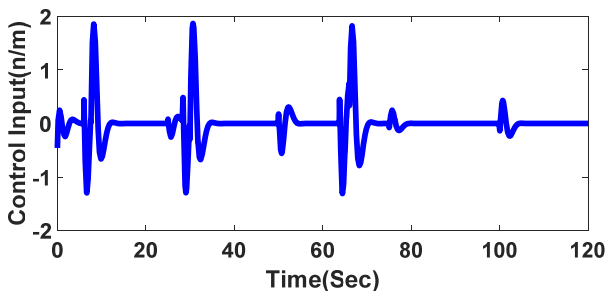
پس از اجرای شبیه‌سازی از شکل‌های ۷ و ۸ نتیجه می‌شود که کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در کنترل زیرسیستم فروتحرک به خوبی



شکل ۱۴: رفتار متغیر حالت x_5 زیرسیستم تمام‌تحریک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و تلنگرهای پیایی.



شکل ۱۵: ورودی کنترل زیرسیستم فروتحریک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و تلنگرهای پیایی.

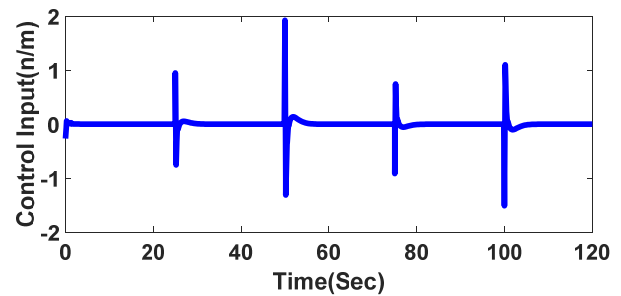


شکل ۱۶: ورودی کنترل زیرسیستم تمام‌تحریک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و تلنگرهای پیایی.

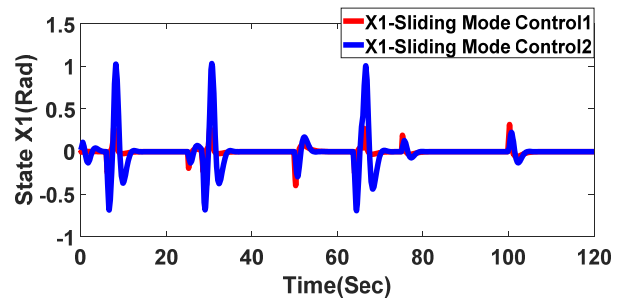
تقریباً ۴ متر از مسیر مطلوب جدا شده است. در حالی که کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول، تغییرات این متغیر حالت را به کمتر از ۱ متر کاهش داده است. در شکل ۱۴ می‌بینیم که عملکرد کنترل پیشنهادی در کنترل زیرسیستم تمام‌تحریک بسیار مطلوب است و عدم قطعیت‌های موجود و تلنگرهای پیایی تأثیری بر روی فرایند کنترل متغیر حالت x_5 ندارند. از شکل ۱۵ نتیجه می‌گردد که عملکرد نامطلوب کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم، با ماکسیمم دامنه‌ای برابر با ۴ نیوتن بر متر روبه‌رو است که این مقدار بیشتر از ۴ برابر ماکسیمم دامنه کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول است. در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که عملکرد مطلوب کنترل مد لغزشی پیشنهادی زیرسیستم تمام‌تحریک، دارای حداکثر دامنه‌ای برابر با ۲ نیوتن بر متر است که در حضور عدم قطعیت‌های موجود و تلنگرهای پیایی در محدوده قابل قبولی قرار دارد.

۷-۴ نتایج شبیه‌سازی‌ها

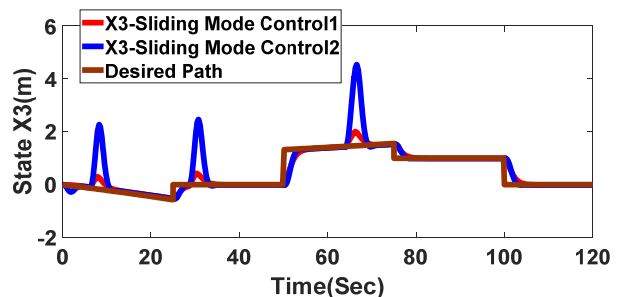
از شبیه‌سازی‌های ۳ مرحله‌ای ارائه‌شده و داده‌های موجود در جداول ۴ تا ۶، نتایج زیر حاصل می‌گردد:



شکل ۱۷: ورودی کنترل زیرسیستم تمام‌تحریک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات خارجی ثابت با زمان.



شکل ۱۸: رفتار متغیر حالت x_1 زیرسیستم فروتحریک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و تلنگرهای پیایی.



شکل ۱۹: رفتار متغیر حالت x_3 زیرسیستم فروتحریک با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی اول و دوم در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و تلنگرهای پیایی.

زمانی برابر با $d_1(t) = d_2(t) = d_3(t) = 0.05 \sin(0.3t)$ قرار می‌گیرد. در این مرحله، سیستم ربات باید مسیر متغیر با زمان و ناهموار شبیه‌سازی مرحله دوم را طی نماید و در ضمن طی این مسیر، برای برهم‌زدن تعادل آن از تلنگرهای پیایی استفاده می‌شود. تلنگرهایی که به سیستم ربات دوچرخ اعمال می‌شوند می‌توانند تا 0.2 رادیان این سیستم را از حالت قائم دور نمایند و مدت زمان اعمال آنها برابر با ۱ ثانیه است. شرایط اولیه متغیرهای حالت، عیناً برابر با مقادیر آنها در شبیه‌سازی‌های مرحله اول و دوم تنظیم گردید.

پس از اجرای شبیه‌سازی، از شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نتیجه می‌شود که عملکرد کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول در غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود و تلنگری که بر سیستم ربات وارد می‌گردد بسیار خوب است. در شکل ۱۲ می‌بینیم که با وارد شدن هر تلنگر، ماکسیمم دامنه نوسانات متغیر حالت x_1 در اثر اعمال کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم به $1/2$ رادیان می‌رسد در حالی که کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول، ماکسیمم دامنه نوسانات این متغیر حالت را به کمتر از 0.5 رادیان کاهش داده است. در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که تلنگر اعمال‌شده به سیستم ربات دوچرخ، کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم را با چالش زیادی روبه‌رو نموده است به طوری که در ثانیه ۶۷ متغیر حالت x_3

جدول ۴: مقایسه عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی در شبیه‌سازی مرحله اول.

شبیه‌سازی مرحله اول				شبیه‌سازی‌ها	
در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری					
ماکسیمم فروجهش x_1	ماکسیمم فروجهش x_2	ماکسیمم فروجهش x_3	ماکسیمم فروجهش x_4	کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول	زیرسیستم
۱ rad	۰٫۵ m	-	۱ n/m	کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم	فروتحریک
۰٫۳ rad	۰٫۸ m	-	۲٫۲ n/m	کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم	زیرسیستم تمام‌تحریک
-	-	۰	۱ n/m		

جدول ۵: مقایسه عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی در شبیه‌سازی مرحله دوم.

شبیه‌سازی مرحله دوم				شبیه‌سازی‌ها	
در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات خارجی ثابت با زمان					
ماکسیمم فروجهش x_1	ماکسیمم فروجهش x_2	ماکسیمم فروجهش x_3	ماکسیمم فروجهش x_4	کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول	زیرسیستم
۰٫۲۵ rad	۰٫۲۵ m	-	۰٫۳ n/m	کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم	فروتحریک
۰٫۳ rad	۰	-	۴ n/m	کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم	زیرسیستم تمام‌تحریک
-	-	۰	۱٫۹ n/m		

جدول ۶: مقایسه عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی در شبیه‌سازی مرحله سوم.

شبیه‌سازی مرحله سوم				شبیه‌سازی‌ها	
در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و تلنگرهای پیاپی					
ماکسیمم فروجهش x_1	ماکسیمم فروجهش x_2	ماکسیمم فروجهش x_3	ماکسیمم فروجهش x_4	کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول	زیرسیستم
۰٫۳ rad	۰٫۹ m	-	۰٫۴ n/m	کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم	فروتحریک
۱٫۱ rad	۰٫۹ m	-	۴ n/m	کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم	زیرسیستم تمام‌تحریک
-	-	۰	۱٫۹ n/m		

- بروز عدم قطعیت‌های ساختاری، غیر ساختاری و اغتشاشات خارجی تأثیر زیادی بر عملکرد کنترل کننده زیرسیستم فروتحریک می‌گذارد اما تأثیر این عدم قطعیت‌ها بر روی عملکرد کنترل کننده زیرسیستم تمام‌تحریک کمتر است.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، راهکارهایی برای کنترل سیستم ربات دوچرخ تعادلی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری پیشنهاد گردید. برای طراحی کنترل کننده‌های پیشنهادی، در ابتدا معادلات دینامیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی به دو زیرسیستم فروتحریک و تمام‌تحریک تقسیم شد و سپس برای کنترل زیرسیستم فروتحریک دو روش متفاوت بر اساس کنترل مد لغزشی پیشنهاد گردید. در طراحی کنترل مد لغزشی پیشنهادی اول، دو سطح لغزش تعریف شد و برای برقراری ارتباط بین این سطوح لغزش از متغیر z استفاده گردید. پس از آن ورودی کنترل به گونه‌ای طراحی گردید که متغیر z و سطوح لغزش را در حضور عدم قطعیت‌های موجود به سمت صفر همگرا نماید. اما در شیوه طراحی کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم برای برقراری ارتباط بین سطوح لغزش، از یک سطح لغزش سومی استفاده شد که ترکیب خطی از سطح لغزش اول و دوم است. در ادامه ورودی کنترل پیشنهادی به گونه‌ای طراحی گردید که سطح لغزش سوم را در حضور عدم قطعیت‌های موجود به سمت صفر همگرا کند و اثبات شد که صفرشدن سطح لغزش سوم، سطوح لغزش اول و دوم را نیز به سمت صفر همگرا می‌نماید. برای کنترل زیرسیستم تمام‌تحریک نیز کنترل مد لغزشی پیشنهاد شد که آن را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود، دارای پایداری مجانبی سراسری نمود. از آنجا که زیرسیستم‌های فروتحریک و تمام‌تحریک

- در صورتی که اطلاعات نسبتاً دقیقی از معادلات دینامیکی سیستم ربات دوچرخ تعادلی در دسترس باشند، این امر باعث کاهش کران عدم قطعیت‌های موجود می‌شود. در نتیجه می‌توان ضرایب ورودی کنترل کننده‌های پیشنهادی مربوط به زیرسیستم فروتحریک را به گونه‌ای تنظیم نمود که عملکرد بسیار نزدیکی نسبت به یکدیگر داشته باشند.

- در صورت بروز عدم قطعیت‌های غیر ساختاری نظیر اغتشاشات خارجی، در صورتی که کران این عدم قطعیت‌ها خیلی زیاد نباشد، می‌توان از طریق تنظیم مناسب ضرایب ورودی کنترل کننده‌های پیشنهادی زیرسیستم فروتحریک، عملکردی نظیر به یکدیگر را فراهم نمود. اما در این شرایط ماکسیمم دامنه کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم بسیار بزرگ‌تر است و در این صورت در سیستم ربات دوچرخ باید از محرکه‌های توان بالا استفاده شود. این امر هزینه‌های اقتصادی پیاده‌سازی عملی کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم را افزایش می‌دهد.

- در صورت بروز اغتشاشات خارجی با ماکسیمم دامنه بالا، عملکرد کنترل مد لغزشی پیشنهادی دوم در کنترل زیرسیستم فروتحریک با چالش بسیار زیادی مواجه می‌شود و نمی‌تواند به خوبی از نوسانات متغیرهای حالت این زیرسیستم جلوگیری نماید. دلیل این امر به سطوح لغزشی برمی‌گردد که برای این زیرسیستم تعریف شده‌اند. از آنجا که سطح لغزش K ترکیب خطی از سطوح لغزش s_1 و s_2 است، بنابراین اگر کران عدم قطعیت‌ها بزرگ باشند حداقل بر رفتار نوسانی یکی از این سطوح لغزش تأثیرگذار می‌شود. در نتیجه بخش ناپیوسته ورودی کنترل که تابعی از سطح لغزش K است نمی‌تواند خیلی بر کاهش ماکسیمم دامنه نوسانات متغیرهای حالت مربوط به آن سطح لغزش مؤثر باشد.

- مستقل از یکدیگر هستند، بنابراین پایداری مجانبی سراسری هر دو زیرسیستم، پایداری مجانبی سراسری حلقه بسته را به دنبال دارد. در ادامه مزایا و معایب راهکارهای پیشنهادی بیان گردید و پس از آن برای نمایش عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، شبیه‌سازی‌هایی در ۳ مرحله بر روی سیستم ربات دوچرخ تعادلی پیاده‌سازی شد. در ارائه شبیه‌سازی‌های پیشنهادی تلاش شد تا مرحله به مرحله کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در معرض چالش‌های جدی‌تری قرار بگیرند تا عملکرد آنها در مقایسه با یکدیگر کاملاً معلوم و مشخص گردد.
- ### مراجع
- [17] K. H. Su and Y. Y. Chen, "Balance control for two-wheeled robot via neural-fuzzy technique," in *Proc. SICE Annual Conf.*, pp. 1838-2842, Taipei, Taiwan, 18-21 Aug. 2010.
 - [18] J. Wu and S. Jia, "T-S adaptive neural network fuzzy control applied in two-wheeled self-balancing robot," in *Proc. Int. Forum on Strategic Technology*, pp. 1023-1026, Harbin, Heilongjiang, Harbin, 22-24 Aug. 2011.
 - [19] C. H. Chiu, Y. W. Lin, and C. H. Lin, "Real-time control of a wheeled inverted pendulum based on an intelligent model free controller," *Mechatronics*, vol. 21, no. 3, pp. 523-533, Apr. 2011.
 - [20] W. Zeng, Q. Wang, F. Liu, and Y. Wang, "Learning from adaptive neural network output feedback control of a unicycle-type mobile robot," *ISA Trans.*, vol. 61, no. 2, pp. 337-347, Mar. 2016.
 - [21] Y. Dai, Y. Kim, S. G. Wee, D. H. Lee, and S. G. Lee, "Symmetric caging formation for convex polygonal object transportation by multiple mobile robots based on fuzzy sliding mode control," *ISA Trans.*, vol. 60, no. 4, pp. 321-332, Jan. 2016.
 - [22] M. H. Khooban, A. Alfi, and D. N. Maryam Abadi, "Teaching-learning-based optimal interval type-2 fuzzy PID controller design: a nonholonomic wheeled mobile robots," *Robotica*, vol. 31, no. 7, pp. 1059-1071, Oct. 2013.
 - [23] J. Huang, Z. H. Guan, and T. Matsuno, "Sliding-mode velocity control of mobile-wheeled inverted-pendulum systems," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 26, no. 4, pp. 750-758, Aug. 2010.
 - [24] H. T. Yau, C. C. Wang, N. S. Paid, and M. J. Jang, "Robust control method applied in self-balancing two-wheeled robot," in *Proc. Int. Symp. on Knowledge Acquisition and Modeling*, pp. 268-271, Wuhan, China, 30 Nov.-1 Dec. 2009.
 - [25] N. M. A. Ghani, N. I. M. Yatim, and N. A. Azmi, "Comparative assessment for two wheels inverted pendulum mobile robot using robust control," in *Proc. Int. Conf. on Control, Automation and System*, pp. 562-567, Gyeonggi-Do, South Korea, 27-30 Oct. 2010.
 - [26] J. Wu, Y. Liang, and Z. Wang, "A robust control method of two-wheeled self-balancing robot," in *Proc. Int. Forum on Strategic Technology*, pp. 1031-1035, Harbin, Heilongjiang, Harbin, 22-24 Aug. 2011.
 - [27] S. C. Lin, C. C. Tsai, and H. C. Huang, "Nonlinear adaptive sliding-mode control design for two-wheeled human transportation vehicle," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 1965-1970, San Antonio, TX, USA, 11-14 Oct. 2009.
 - [28] F. Dai, F. Li, Y. Bai, W. Guo, C. Zong, and X. Gao, "Development of a coaxial self-balancing robot based on sliding mode control," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Mechatronics and Automation*, pp. 1241-1246, Chengdu, China, 5-8 Aug. 2012.
 - [29] A. Filipescu, V. Minzu, B. Dumitrascu, A. Filipescu, and E. Minca, "Trajectory-tracking and discrete-time sliding-mode control of wheeled mobile robots," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Information and Automation*, pp. 27-32, Shenzhen, China, 6-8 Jun. 2011.
 - [30] M. Yue, W. Sun, and P. Hu, "Sliding mode robust control for two-wheeled mobile robot with lower center of gravity," *International J. of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 7, no. 7, pp. 637-646, Jan. 2011.
 - [31] M. Cui, W. Liu, H. Liu, H. Jiang, and Z. Wang, "Extended state observer-based adaptive sliding mode control of differential-driving mobile robot with uncertainties," *Nonlinear Dyn.*, vol. 83, no. 4, pp. 667-683, Aug. 2016.
 - [32] W. Wang, J. Yi, D. Zhao, and X. Liu, "Double layer sliding mode control for second-order underactuated mechanical system," in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 295-300, Edmonton, Canada, 2-6 Aug. 2005.
 - [33] T. R. Kane and D. A. Levinson, *Dynamics, Theory and Applications*, McGraw-Hill, 1985.
 - [34] Y. Kim, S. H. Kim, and Y. K. Kwak, "Dynamic analysis of a nonholonomic two-wheeled inverted pendulum robot," *J. of Intelligent and Robotic Systems, J. of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 44, no. 3, pp. 25-46, Jan. 2005.
 - [35] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, 2002.
 - [1] O. Mohareri, R. Dhaouadi, and A. B. Rad, "Indirect adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot via neural networks," *Neurocomput.*, vol. 88, no. 13, pp. 54-66, Jul. 2012.
 - [2] M. G. Villarreal-Cervantes, J. F. Guerrero-Castellanos, S. Ramirez-Martinez, and J. P. Sanchez-Santana, "Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control," *ISA Trans.*, vol. 58, pp. 605-613, Sept. 2015.
 - [3] M. S. Miah and W. Gueaieb, "Mobile robot trajectory tracking using noisy RSS measurements: an RFID approach," *ISA Trans.*, vol. 53, no. 21, pp. 433-443, Mar. 2014.
 - [4] G. Scaglia, E. Serrano, A. Rosales, and P. Albertos, "Linear interpolation based controller design for trajectory tracking under uncertainties: application to mobile robots," *Control Eng. Pract.*, vol. 45, no. 9, pp. 123-132, Nov. 2015.
 - [5] M. Baloh and M. Parent, "Modeling and model verification of an intelligence self-balancing two-wheeled vehicle for an autonomous urban transportation system," in *Proc. Conf. on Computational Intelligence, Robotics, and Autonomous Systems*, 7 pp., Singapore, Singapore, 15-15 Dec. 2003.
 - [6] A. Salerno and J. Angeles, "A new family of two wheeled mobile robots: modeling and controllability," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 23, no. 1, pp. 169-173, Feb. 2007.
 - [7] Y. Kim, S. Lee, and D. H. Kim, "Dynamic equations of a wheeled inverted pendulum with changing its center of gravity," in *Proc. Int. Conf. on Control, Automation and Systems*, pp. 853-854, Gyeonggi-do, South Korea, 26-29 Oct. 2011.
 - [8] T. Takei, R. Imamura, and S. Yuta, "Baggage transportation and navigation by a wheeled inverted pendulum mobile robot," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 10, pp. 3989-3994, Jul. 2009.
 - [9] W. Junfeng and Z. H. Wanying, "Research on control method of two-wheeled self-balancing robot," in *Proc. Int. Conf. on Intelligent Computation Technology and Automation*, vol. 1, pp. 476-479, Shenzhen, Guangdong, China, 28-29 Mar. 2011.
 - [10] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal, "Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 21, no. 3, pp. 505-513, May 2005.
 - [11] C. H. Chiu, "The design and implementation of a wheeled inverted pendulum using an adaptive output recurrent cerebellar model articulation controller," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 5, pp. 1814-1822, Sept. 2010.
 - [12] H. T. Yau, C. C. Wang, N. S. Pai, and M. J. Jang, "Robust control method applied in self-balancing two-wheeled robot," in *Proc. Int. Symp. on Knowledge Acquisition and Modeling*, pp. 268-271, Wuhan, China, 30 Nov.-1 Dec. 2009.
 - [13] S. C. Lin, C. C. Tsai, and H. C. Huang, "Nonlinear adaptive sliding-mode control design for two-wheeled human transportation vehicle," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 1965-1970, San Antonio, TX, USA, 11-14 Oct. 2009.
 - [14] J. Wu, Y. Liang, and Z. Wang, "A robust control method of two-wheeled self-balancing robot," in *Proc. Int. Forum on Strategic Technology*, pp. 1031-1035, Harbin, Heilongjiang, Harbin, 22-24 Aug. 2011.
 - [15] A. Wasif, D. Raza, W. Rasheed, Z. Farooq, and S. Q. Ali, "Design and implementation of a two wheel self balancing robot with a two level adaptive control," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Digital Information Management System, Man, and Cybernetics*, pp. 187-193, Islamabad, Pakistan, 10-12 Sept. 2013.
 - [16] R. D. Pinzon-Morales and Y. Hirata, "A portable stand-alone bi-hemispherical neuronal network model of the cerebellum for adaptive robot control," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Biomimetics*, pp. 1148-1151, Bali, Indonesia, 5-10 Sept. 2014.
- محمد رضا سلطانپور** در سال ۱۳۷۴ مدرک کارشناسی مهندسی برق - مخابرات خود را از دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری و در سال ۱۳۸۲ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل خود را از دانشگاه صنعتی شاهرود دریافت نمود. از سال ۱۳۸۳ نامبرده به عنوان هیأت علمی در مرتبه مربی در دانشکده برق دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری به کار مشغول بود و در همان سال به دوره دکترای مهندسی برق - کنترل در دانشگاه صنعتی شاهرود وارد گردید و در سال ۱۳۸۷ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی برق - کنترل از دانشگاه مذکور گردید. دکتر سلطانپور اینک نیز عضو هیأت علمی دانشکده برق دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری با مرتبه دانشیاری

می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه ایشان متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند رباتیک، کنترل مقاوم غیرخطی و کنترل فازی می‌باشد.

رضا غلامی کلدهی در سال ۱۳۸۰ مدرک کارشناسی مهندسی برق- الکترونیک خود را از دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری و در سال ۱۳۹۳ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق- کنترل خود را از دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین دریافت نمود. از سال ۱۳۹۳ نامبرده به عنوان هیات علمی در مرتبه مربی در دانشکده برق دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری به کار مشغول است. زمینه‌های علمی مورد علاقه ایشان متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند رباتیک، دینامیک پرواز و کنترل هواپیمای بدون سرنشین می‌باشد.