

# بهبود عملکرد کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با به کارگیری مدل مرجع

مجتبی نوری منظر

لحظه از زمان مشخص می‌کند. ناظر برای انتخاب از میان توابع هزینه می‌تواند از منطق‌های کلیدزنی متفاوتی مانند الگوریتم هیستریزیس [۱] و یا LICLA [۲] استفاده کند. برای اثبات پایداری در روش هیستریزیس، تابع هزینه باید یکنوا افزایشی در زمان باشد [۳] در حالی که در الگوریتم LICLA چنین فرضی لازم نیست.

ایده اصلی کنترل ابطال ناپذیر در [۴] ارائه گردیده و نهایتاً در سال ۲۰۰۷ در [۳] اثبات پایداری سیستم به طور کامل ارائه شده است. هدف در کنترل ابطال ناپذیر، تعیین کنترل کننده پایداری از بانک کنترلی فقط بر اساس داده‌های سیستم به صورت برخط است. به این ترتیب، در لحظات گذرا امکان فعال‌سازی کنترل کننده‌های ناپایداری اجتناب ناپذیر است. فعال‌سازی کنترل کننده ناپایداری موجب کاهش عملکرد شده و به این پدیده DAE می‌گویند. تضعیف پدیده DAL و بهبود عملکرد از شاخه‌های اصلی پژوهش‌ها در زمینه کنترل ابطال ناپذیر است. در رویکرد دیگری به نام کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر مدل چندگانه (MMUAC) از بانک مدل در کنار الگوریتم ابطال پذیری استفاده گردیده که بهبود عملکرد سیستم کنترلی در نهایت حاصل شده است [۵]. توابع هزینه مختلف و ویژگی‌های آن برای رویکرد MMUAC در [۶] ارائه گردیده است. با توجه به این که تابع هزینه از زمان اولیه محاسبه می‌شود، عملاً امکان استفاده و دستیابی به عملکرد بهینه برای سیستم‌های متغیر با زمان محدود می‌گردد. با معرفی مفهوم بازنشانی زمانی<sup>۵</sup> برای سیستم‌های تغییرپذیر با زمان، تابع هزینه در یک پنجره زمانی با طول متغیر، محاسبه و بدین ترتیب داده‌های نامعتبر گذشته حذف می‌شود. با استفاده از بازنشانی، پایداری سیستم خطی و غیر خطی تغییرپذیر با زمان اثبات شده است [۷] و [۸]. بانک کنترل کننده‌های پیش‌بینی تعمیم‌یافته برای روش MMUAC در [۹] و [۱۰] پیشنهاد شده است. برای استفاده از کنترل پیش‌بینی در کنترل ابطال ناپذیر، نیاز به معکوس کنترل کننده وجود دارد که با توجه به مقید بودن مسأله، این عمل با حل مسأله بهینه‌سازی معکوس<sup>۶</sup> انجام می‌شود. در این روش، الگوریتم نهایی نسبتاً پیچیده بوده و برای پیاده‌سازی عملی نیاز به حل چندین مسأله بهینه‌سازی وجود دارد. با توجه به وجود قید در تمامی سیستم‌های واقعی، چالش پیاده‌سازی واقعی برای کنترل ابطال ناپذیر وجود داشت. اثبات پایداری سیستم با ورودی مقید در [۱۱] ارائه شده که در این مقاله با اصلاح تابع هزینه و معرفی سیگنال مرجع مجازی جدیدی پایداری سیستم مقید بررسی شده است. اگرچه در ساختار در نظر گرفته شده، تنها در سیستم‌هایی که ذاتاً پایدار هستند امکان اجرای الگوریتم پیشنهادی وجود دارد. در [۱۲] با استفاده از مفهوم

چکیده: کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر، رویکرد جدیدی در کنترل نظارتی است که تنها با توجه به داده‌های ورودی- خروجی از سیستم و یک بانک کنترلی، انتخاب کنترل کننده پایداری را تضمین می‌کند. تنها شرط لازم برای اثبات پایداری، وجود یک بانک کنترل کننده طراحی شده از قبل است که حداقل یک کنترل کننده از کنترل کننده‌های موجود در بانک کنترلی، پایداری باشد. انتخاب کنترل کننده‌ها توسط ناظر بر اساس تابع هزینه‌ای است که با داده‌های ورودی- خروجی سیستم محاسبه می‌شوند. در این روش، عملکرد سیستم کنترلی محدود به کنترل کننده‌های موجود در بانک کنترلی است. در این مقاله با استفاده از معرفی ایده ابطال عملکرد بانک کنترلی موجود، در کنار مفهوم ابطال پایداری کنترل کننده فعال، به روزرسانی بانک کنترلی انجام می‌شود. برای ابطال عملکرد بانک کنترلی، ساختار مدل مرجع برای ارزیابی عملکرد سیستم کنترلی پیشنهاد شده است. بعد از ابطال عملکرد، یک کنترل کننده جدید بر اساس داده‌های سیستم و بدون استفاده از هیچ مدلی طراحی شده و کنترل کننده جدید به بانک کنترل کننده‌ها افزوده می‌شود. برای طراحی کنترل کننده، یک مسأله ناتساوی ماتریسی خطی حل می‌شود. در این مقاله از هیچ مدلی از سیستم استفاده نشده و روش ارائه شده کاملاً بدون مدل و داده‌محور است. نتایج شبیه‌سازی، بهبود عملکرد روش پیشنهادی را نسبت به سایر روش‌ها بر روی یک سیستم رایج که در ارزیابی عملکرد سیستم‌های کنترل تطبیقی مقاوم استفاده می‌شود، نشان می‌دهند.

کلیدواژه: کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر، کنترل داده‌محور، به روزرسانی بانک کنترلی، کنترل نظارتی.

## ۱- مقدمه

کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر، روش داده‌محوری است که با استفاده از داده‌های سیستم به دنبال یافتن کنترل کننده پایداری از میان بانک کنترلی طراحی شده است. در این روش بدون فعال‌سازی کنترل کننده‌ها، عملکرد آنها به کمک مفهوم جدیدی به نام سیگنال مرجع مجازی<sup>۱</sup> ارزیابی می‌شود. در هر لحظه از زمان با استفاده از داده‌های ورودی- خروجی برخط از سیستم و تابع تبدیل کنترل کننده، سیگنال مرجع مجازی محاسبه می‌شود. ایده اصلی سیگنال‌های مرجع مجازی این است که چه سیگنال ورودی مرجعی، دقیقاً همان داده مشاهده شده از سیستم را تولید می‌کند. این سیگنال مرجع مجازی برای تمامی کنترل کننده‌ها در بانک کنترلی در هر لحظه از زمان محاسبه شده و سپس تابع هزینه برای هر کنترل کننده به دست می‌آید.

مطابق توابع هزینه که برای هر یک از اعضای بانک کنترلی محاسبه می‌شود، ناظر بر اساس یک منطق کلیدزنی، کنترل کننده فعال را در هر

این مقاله در تاریخ ۲۵ آبان ماه ۱۴۰۰ دریافت و در تاریخ ۷ شهریور ماه ۱۴۰۱ بازنگری شد.

مجتبی نوری منظر (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، (email: m\_nourimanzar@sbu.ac.ir)

1. Fictitious Reference Signal

2. Linearly Increasing Cost Level Algorithm
3. Dehghani-Anderson-Lanzon
4. Multi-Model Unfalsified Adaptive Control
5. Reset Time
6. Inverse Optimization

## ۲- کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با تابع هزینه غیر یکنوا

نماد  $\|x\|_{\lambda,t}$  نشان دهنده نرم با فاکتور فراموشی  $\lambda$  برای بردار  $x$  تا زمان  $t$  بوده و طبق رابطه زیر محاسبه می شود

$$\|x\|_{\lambda,t}^2 = \sum_{i=0}^t |x(i)|^2 \lambda^{2(t-i)}, \quad t \in \mathbb{Z}^+ \quad (1)$$

که در این رابطه،  $|x(i)|$  نرم اقلیدسی  $x(i)$  و  $\lambda$  فاکتور فراموشی به فرم  $0 < \lambda \leq 1$  است. بانک کنترلی با تعداد عضوهای محدود به صورت  $C = \{C_i, i = 1, \dots, N\}$  در نظر گرفته شده که تابع تبدیل هر کنترل کننده به شکل زیر است

$$C_i(d) = \frac{S_i(d)}{R_i(d)} \quad (2)$$

که در آن  $d$  اپراتور تأخیر واحد (یک گام رو به عقب) می باشد.  $R_i(d)$  و  $S_i(d)$  چندجمله ای هایی بر حسب  $d$  بوده که نسبت به هم اول در نظر گرفته شده (یا عوامل مشترک آنها پایدار هستند) و چندجمله ای  $R_i(d)$  یکه است ( $R_i(0) = 1$ ).

سیستم حلقه بسته با کلیدزنی در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق شکل، کنترل کننده فعال در هر لحظه با استفاده از سیگنال کلیدزنی  $\sigma$  که می تواند یکی از مقادیر صحیح ۱ تا  $N$  را داشته باشد، مشخص می شود. به این ترتیب کنترل کننده فعال در لحظه جاری با  $C_{\sigma(t)}$  نشان داده می شود. انتخاب کنترل کننده فعال بر اساس تابع هزینه و یک الگوریتم کلیدزنی انجام می گردد. تابع هزینه اولیه مرسوم در کنترل ابطال ناپذیر برای هر یک از کنترل کننده های  $C_i$  به صورت رابطه زیر محاسبه می شود

$$J_i(t) = \frac{\|v_i - y\|_{\lambda,t} + \|u\|_{\lambda,t}}{\|v_i\|_{\lambda,t} + \varepsilon}, \quad t \in \mathbb{Z}^+ \quad (3)$$

که در این رابطه  $u$  سیگنال کنترل،  $y$  سیگنال خروجی و  $\varepsilon$  یک عدد ثابت مثبت است. همچنین  $v_i$  نمایانگر سیگنال مرجع مجازی برای کنترل کننده  $C_i$  ام است و در ادامه تعریف می شود. تابع هزینه نهایی  $V_i$  بیشینه تابع هزینه اولیه  $J_i$  در یک پنجره زمانی ثابت محدود به طول  $M^a + 1$  است و به صورت زیر در نظر گرفته می شود

$$V_i(t) = \max_{\tau \in [t-M^a, t]} J_i(\tau), \quad t \in \mathbb{Z}^+ \quad (4)$$

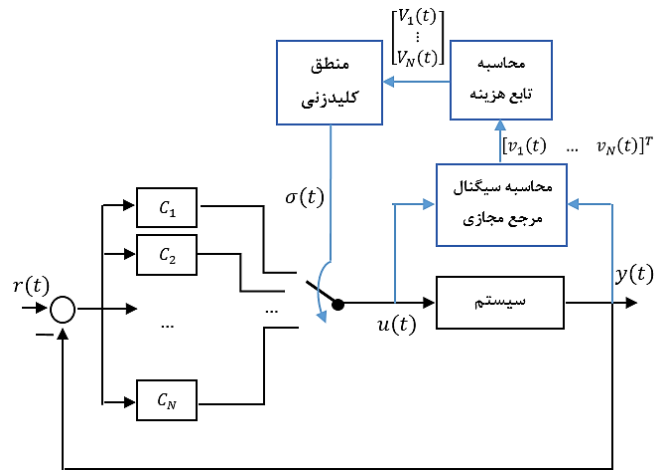
که در آن  $M^a$  یک عدد صحیح مثبت است.

**تعریف ۱ (سیگنال مرجع مجازی):** مطابق شکل ۲ با در نظر گرفتن بردار ورودی و خروجی سیستم به صورت  $z = [u, y]$ ، سیگنال مرجع مجازی برای کنترل کننده  $C_i$  از بانک کنترلی، یک سیگنال مرجع فرضی است که اگر کنترل کننده  $C_i$  در حلقه کنترلی بود، دقیقاً همان داده ورودی- خروجی  $z$  تولید می شد.

هدف اصلی در محاسبه سیگنال مرجع مجازی، ارزیابی عملکرد کنترل کننده های غیر فعال می باشد. با فرض کمینه فاز بودن تمامی کنترل کننده های بانک کنترلی، سیگنال مرجع مجازی برای کنترل کننده  $C_i$  به صورت زیر قابل محاسبه است

$$v_i(t) = C_i^{-1}(d)u(t) + y(t), \quad t \in \mathbb{Z}^+ \quad (5)$$

در ادامه به تشریح مفهوم پایداری استفاده شده در مقاله پرداخته می شود.



شکل ۱: نمایش بلوکی کلی ساختار سیستم حلقه بسته با کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر.

خود ابطال پذیری برای MMUAC و همچنین استفاده از بازنشانی در روش LICLA، عملکرد سیستم کنترلی بهبود یافته است. این بهبود عملکرد اثبات نگردیده و تنها به کمک شبیه سازی نشان داده شده است. همچنین در [۱۳] برای بهبود عملکرد به کمک روش فازی، توابع هزینه وزن دهی شده است. چالش تنظیم درست سیستم فازی برای بهبود عملکرد در این مقاله وجود دارد. کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر در کاربردهای گوناگونی استفاده شده است. به عنوان مثال در تنظیم ولتاژ یک سیستم ریزشکبه [۱۴] و برای کنترل یک کوادروتور [۱۵] مورد استفاده قرار گرفته است. مراجع [۱۴] و [۱۵] کاربرد کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر برای سیستم های واقعی مختلف را نشان داده و همچنین بیانگر عملکرد قابل قبول کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر برای سیستم های دارای عدم قطعیت زیاد هستند. در تمامی مراجع در ادبیات کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر تا امروز بانک کنترلی ثابت فرض گردیده که این امر موجب محدودیت عملکرد سیستم شده است.

در این مقاله به به روزرسانی ساختار کنترل ابطال ناپذیر پرداخته شده است. بهبود عملکرد کنترلی یکی از مهم ترین رویکردها در زمینه کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر است. تا به اینجا تمامی مقالات در زمینه کنترل ابطال ناپذیر با بانک کنترلی ثابت کار می کردند که به این جهت عملکرد محدودی داشتند. بدین منظور، عملکرد بانک کنترلی به کمک مدل مرجع ارزیابی می شود. بعد از ابطال عملکرد بانک کنترلی، یک کنترل کننده بر اساس حل یک ناتساوی ماتریسی خطی طراحی شده و به بانک کنترلی افزوده می شود.

ساماندهی این مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲ به تشریح مسأله کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر پرداخته شده و تعاریف و مفاهیم لازم در این مبحث تجزیه و تحلیل می گردند. بخش ۳ به به روزرسانی ساختار کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر می پردازد. در این بخش، الگوریتم پیشنهادی برای ابطال عملکرد بانک کنترلی به کمک مدل مرجع توضیح داده شده و در ادامه، نحوه طراحی کنترل کننده با استفاده از حل یک مسأله ناتساوی ماتریسی خطی ارائه می شود. در بخش انتهایی، عملکرد روش پیشنهادی بر روی سیستم ارباهای متصل به یکدیگر ارزیابی شده و بهبود عملکرد در شرایط کاملاً یکسان نسبت به کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر نشان داده شده است.

1. Microgrid
2. Quadrotor

با در نظر گرفتن این رابطه می توان نشان داد که تابع هزینه این کنترل کننده در همه زمان ها مقداری محدود خواهد داشت

$$J_j(t) = \frac{\|v_j - y\|_{\lambda,t} + \|u\|_{\lambda,t}}{\|v_j\|_{\lambda,t} + \varepsilon} \quad (8)$$

همچنین نشان داده شده که حداکثر تعداد کلیدزنی با الگوریتم LICLA مقدار  $F + 2N - 3$  بوده که در آن  $F$  کوچک ترین عدد صحیح است که در رابطه زیر صدق کند

$$\eta_j + (F - 1)\Delta\eta > \sup_{t, data} J_j \quad (9)$$

که در این رابطه  $\eta$  مقدار اولیه  $\eta$  بوده و  $J_j$  تابع هزینه کنترل کننده پایدار ساز است. به این ترتیب کلیدزنی در زمان محدود متوقف شده و تابع هزینه آخرین کنترل کننده، مقدار محدودی دارد. می توان نشان داد که ثابت های مثبت  $\gamma_f$  و  $\gamma_r$  وجود دارند به طوری که

$$\|z\|_{r,\lambda} \leq \gamma_f \|v_f\|_{r,\lambda} + \gamma_r \quad (10)$$

**فرض ۲:** معکوس تمامی کنترل کننده ها پایدار است. برای تکمیل اثبات پایداری می توان نشان داد که برای کنترل کننده نهایی  $C_f$ ، ثابت های مثبت  $\gamma_f$  و  $\gamma_r$  وجود دارند به طوری که رابطه زیر برقرار باشد

$$\|z\|_{r,\lambda} \leq \gamma_f \|r\|_{r,\lambda} + \gamma_r \quad (11)$$

اما برای کنترل کننده هایی که معکوس پایدار ندارند از نمایش کسری ماتریسی (MFD) برای کنترل کننده ها استفاده می شود. با در نظر گرفتن  $C_i = \bar{D}_i^{-1} \bar{N}_i$ ، سیگنال مرجع مجازی جدید به فرم زیر به دست می آید

$$\bar{v}_i(t) = \bar{D}_i(d)u(t) + \bar{N}_i(d)y(t) \quad (12)$$

و نهایتاً تابع هزینه نیز به صورت زیر اصلاح می شود

$$J_i(t) = \frac{\|\bar{v}_i - \bar{N}_i y\|_{\lambda,t} + \|u\|_{\lambda,t}}{\|\bar{v}_i\|_{\lambda,t} + \varepsilon}, \quad t \in Z^+ \quad (13)$$

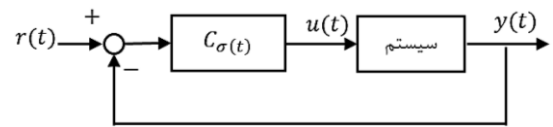
### ۳- کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با به روزرسانی ساختار

با توجه به این که ساختار کنترلی در کنترل ابطال ناپذیر ثابت در نظر گرفته می شود، عملکرد کنترلی محدود به کنترل کننده های موجود در بانک کنترلی است. در ادامه به توضیح نحوه به روزرسانی بانک کنترلی پرداخته شده است.

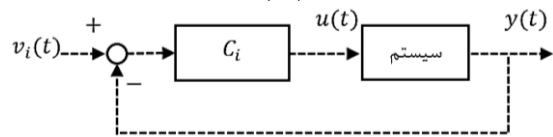
#### ۳-۱ ابطال عملکرد بانک کنترلی

در این قسمت نیز مشابه کنترل ابطال ناپذیر، برقراری فرض کنترل تطبیقی شدنی در نظر گرفته می شود. برای ابطال عملکرد بانک کنترلی، ایده مدل مرجع در کنار ساختار کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر پیشنهاد شده است. بدین جهت برای ابطال عملکرد سیستم، مطابق شکل ۳ از خطای مدل مرجع و خروجی سیستم استفاده می شود. برای اطمینان باید خطای مدل مرجع در پنجره زمانی مشخصی از باند ابطال عملکرد  $\eta_p$  بیشتر باشد. خطای مدل مرجع با خروجی سیستم از رابطه زیر محاسبه می شود

$$e^d(t) = y(t) - Mr(t), \quad t \in Z^+ \quad (14)$$



(الف)



(ب)

شکل ۲: (الف) نمایش بلوکی حلقه اصلی سیستم کنترلی با ورودی سیگنال مرجع واقعی و (ب) نمایش بلوکی حلقه مجازی سیستم کنترلی با ورودی سیگنال مرجع مجازی.

**تعریف ۲ (پایداری):** سیستم حلقه بسته با ورودی مرجع  $r$  و خروجی  $z = [u, y]$  پایدار است، اگر برای تمامی ورودی های مرجع  $l_{re}$ ، پارامترهای  $\alpha, \beta > 0$  و  $\lambda \in (0, 1]$  وجود داشته باشند به طوری که نامساوی زیر برقرار باشد

$$\|z\|_{r,\lambda} \leq \beta \|r\|_{r,\lambda} + \alpha, \quad t \in Z^+ \quad (6)$$

در این مقاله برای منطق کلیدزنی از الگوریتم افزایش خطی سطح تابع هزینه (LICLA) استفاده می شود که این الگوریتم در ادامه تشریح گردیده است.

#### الگوریتم (۱) LICLA [۲]

(۱) مقداردهی اولیه:  $\sigma \leftarrow \sigma(0), C \leftarrow \{C_1, \dots, C_N\}, \eta \leftarrow \eta_0 > 0$  و  $\Delta\eta > 0$

(۲) جمع آوری داده ها و محاسبه توابع هزینه  $V$

(۳) اگر  $V_{\sigma(t)} > \eta$ ، کنترل کننده  $C_{\sigma(t)}$  ابطال شده

آن گاه:  $C \leftarrow C \setminus C_{\sigma(t)}$

اگر  $\square = \emptyset$

آن گاه:  $C \leftarrow \{C_1, \dots, C_N\}$

$\sigma(t) = \arg \min_{C_i \in C} V_i(t)$

در غیر این صورت

$\sigma(t+1) \leftarrow \sigma(t)$

(۴)  $t \leftarrow t+1$  و بازگشت به گام ۲.

در این الگوریتم برای ابطال پایداری، توابع هزینه با سطح  $\eta$  مقایسه می شوند و زمانی که کنترل کننده فعال در حلقه ابطال شود، این کنترل کننده از مجموعه کنترلی حذف می گردد. با ابطال کنترل کننده فعال، کنترل کننده ای در حلقه قرار می گیرد که کمترین مقدار تابع هزینه را داشته باشد و همچنین سطح ابطال  $\eta$  به میزان  $\Delta\eta$  افزایش می یابد. زمانی که تمام کنترل کننده های ۱ تا  $N$  از بانک کنترلی حذف شوند و بانک کنترلی خالی گردد، مجدداً تمام کنترل کننده های ۱ تا  $N$  به بانک کنترلی وارد می شوند.

**فرض ۱ (مسئله کنترل تطبیقی شدنی):** یک کنترل کننده پایدار ساز در میان بانک کنترل کننده ها وجود دارد.

در ادامه به طور خلاصه به بررسی رویه اثبات پایداری پرداخته می شود. به این ترتیب اگر فرض کنیم که کنترل کننده  $C_j$  پایدار ساز باشد، ثابت های مثبت  $\gamma_r$  و  $\gamma_f$  وجود دارند به طوری که

$$\|z\|_{r,\lambda} \leq \gamma_f \|v_j\|_{r,\lambda} + \gamma_r \quad (7)$$

بدون هیچ مدل‌سازی و یا خطی‌سازی، مستقیماً کنترل‌کننده طراحی می‌شود. در ادامه به طور مختصر به تشریح روش ارائه‌گردیده در [۱۶] پرداخته می‌شود. فرض کنید که مدل فضای حالت سیستم با در نظر گرفتن  $\chi(t) = [u(t), y(t)]^T$  به صورت (۱۵) نمایش داده شود.

$$\begin{bmatrix} \chi(t-\bar{n}) \\ \chi(t-\bar{n}+1) \\ \vdots \\ \chi(t-1) \\ \chi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & I & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & I & \dots & ??? \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & I \\ \zeta_1 & \zeta_2 & \zeta_3 & \dots & \zeta_{\bar{n}+1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\times \begin{bmatrix} \chi(t-\bar{n}-1) \\ \chi(t-\bar{n}) \\ \vdots \\ \chi(t-2) \\ \chi(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ I \\ \cdot \end{bmatrix} u(t), \quad t \in \mathbb{Z}^+$$

در این رابطه  $\cdot$  ماتریس صفر و  $I$  ماتریس واحد با ابعاد مناسب است. با ذخیره داده‌ها در طول پنجره‌ای به طول  $T$ ، ماتریس‌های  $X_{\cdot T}$ ،  $X_{\cdot T}$  و  $U_{\cdot T}$  با قراردادن ستونی کنار یکدیگر مقادیر ورودی و حالت‌ها، به صورت زیر تشکیل می‌شود

$$\begin{aligned} X_{\cdot T} &= [x(t-T), \dots, x(t-1)] \\ X_{\cdot T} &= [x(t-T+1), \dots, x(t)] \\ U_{\cdot T} &= [u(t-T), \dots, u(t-1)] \end{aligned} \quad (16)$$

که  $x(t)$  حالت‌ها و  $u(t)$  ورودی سیستم است. برای طراحی کنترل‌کننده لازم است که ورودی به اندازه کافی غنی باشد.

فرض ۳: ماتریس  $\begin{bmatrix} U_{\cdot T} \\ X_{\cdot T} \end{bmatrix}$  دارای رتبه کامل سطری است.

سیستم غیر خطی به صورت (۱۷) را در نظر بگیرید

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)) \quad (17)$$

بسط تیلور این سیستم غیر خطی به صورت زیر است

$$\delta x(t+1) = A\delta x(t) + B\delta u(t) + d(t) \quad (18)$$

نمادهای  $\delta x$  و  $\delta u$ ، متغیر انحرافی حالت و ورودی را به صورت  $\delta x = x - \bar{x}$  و  $\delta u = u - \bar{u}$  نشان می‌دهند و ماتریس‌های  $A$  و  $B$  به صورت زیر تعریف می‌شوند

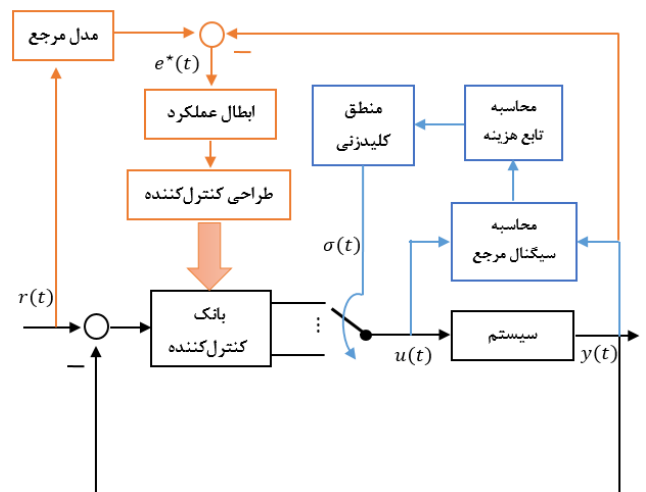
$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \quad (19)$$

$$B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}}$$

متغیر  $d$  حاوی جملات مرتبه بالاتر است. اگر مقادیر  $d(t)$  در یک بردار  $D_{\cdot T}$  به صورت زیر قرار گیرد، پایداری سیستم غیر خطی قابل بررسی خواهد بود

$$D_{\cdot T} = [d(t-\bar{T}), \dots, d(t-1)] \quad (20)$$

توجه کنید که این ماتریس قابل اندازه‌گیری نیست ولی می‌توان شرط (۲۱) را برای جملات مرتبه بالاتر در نظر گرفت.



شکل ۳: ساختار پیشنهادی کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر با بانک کنترلی به‌روزشونده.

که این خطا در لحظات مختلفی ممکن است از محدوده عملکرد مجاز خارج شود. برای اطمینان از ابطال عملکرد بانک کنترلی، لازم است که این خطا در یک محدوده زمانی پیوسته مشخص، در محدوده مجاز نباشد. سپس رویه طراحی کنترل‌کننده آغاز شده و یک کنترل‌کننده جدید به بانک کنترلی اضافه می‌شود. الگوریتم ۲ نحوه دقیق اجرای این روش پیشنهادی را ارائه می‌کند.

### الگوریتم ۲) ابطال عملکرد بانک کنترلی

(۱) مقداردهی اولیه:  $M = 0$  و  $\bar{T} = 0$

(۲) جمع‌آوری داده‌ها و محاسبه  $e^{\hat{a}}(t)$

(۳) اگر  $|e^{\hat{a}}(t)| > \eta_p$

آن گاه: اگر  $t \neq \bar{T} + 1$

آن گاه:  $\bar{T} \leftarrow t$

و اگر  $t = \bar{T} + 1$

آن گاه:  $\bar{T} + 1 \leftarrow \bar{T}$

(۴) اگر  $M \leq \bar{M}$  و  $\bar{T} - t \geq L$

آن گاه: طراحی کنترل‌کننده  $C_{NEW}$

$C \leftarrow \{C_1, \dots, C_N\} \cup C_{NEW}$

$M \leftarrow M + 1$

$C_{\sigma(t)} \leftarrow C_{NEW}$

$\eta_p \leftarrow \eta_p + \Delta\eta_p$

$\bar{T} \leftarrow \cdot$

(۵) بازگشت به گام ۲.

الگوریتم ۲ به طور متناوب اجرا می‌گردد. در گام ۳ اگر خطا از محدوده بیشتر باشد، به پارامتر  $\bar{T}$  یک واحد اضافه می‌شود. این پارامتر تضمین می‌کند که در یک پنجره پیوسته زمانی، میزان خطا خارج از محدوده مورد نظر است. در گام ۴ این الگوریتم، اگر خروج خطا از محدوده برقرار باشد، رویه طراحی کنترل‌کننده جدید آغاز می‌شود. برای جلوگیری از ورود تعداد نامحدود از کنترل‌کننده‌ها به بانک کنترلی، این تعداد نیز با پارامتر  $\bar{M}$  محدود می‌شود.

### ۲-۳ طراحی مستقیم کنترل‌کننده بر مبنای داده

#### ورودی- خروجی

برای طراحی کنترل‌کننده از یک روش داده‌محور جدید استفاده می‌شود [۱۶]. در این روش تنها به کمک داده‌های ورودی- خروجی سیستم و

بررسی می‌کند که آیا کنترل‌کننده‌های موجود عملکرد مناسبی دارند یا خیر. در صورت ابطال عملکرد، کنترل‌کننده جدیدی به بانک کنترلی افزوده می‌گردد. برای طراحی کنترل‌کننده از بهینه‌سازی (۲۲) استفاده می‌شود.

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت عملکرد روش پیشنهادی روی یک سیستم رایج ارزیابی می‌شود. برای این منظور از سیستم ارباه‌های متصل که به عنوان یک محک<sup>۲</sup> روش‌های تطبیقی مقاوم شناخته شده است، استفاده می‌گردد. مدل فضای حالت این سیستم به صورت (۳۱) است

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\frac{\Gamma}{M_1} & \cdot & -\frac{\Gamma}{M_1} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\Gamma}{M_2} & \cdot & -\frac{\Gamma}{M_2} & \cdot \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [0 \quad \cdot \quad \cdot \quad 0] x(t), \quad t \in \mathbb{R}^+ \end{cases} \quad (31)$$

که در آن  $M_1 = M_2 = 1 \text{ kg}$  جرم دو ارباه و  $\Gamma \in [0.25, 1.2] \text{ N/m}$  سختی فنر مدل شده میان دو ارباه است که مقداری نامعین دارد. زمان نمونه‌برداری برای شبیه‌سازی  $T_s = 0.1$  ثانیه در نظر گرفته می‌شود. بانک کنترلی با استفاده از روش کنترل مقاوم ارائه شده در [۱۷] طراحی می‌شود. اگر کنترل‌کننده به صورت  $C_T(s) = S_T(s)/R_T(s)$  در نظر گرفته شود، کنترل‌کننده مقاوم مطابق (۳۲) طراحی می‌گردد

$$C_T = \arg \inf_{C_T} \sup_{\omega} \frac{|V(j\omega)|^2 (|R_T(j\omega)|^2 + |S_T(j\omega)|^2)}{|\chi_T(j\omega)|^2} \quad (32)$$

که  $V(s) = (s+2)^2 (s^2 + \sqrt{2}s + 1)$  بوده و  $\chi_T$  معادله مشخصه حلقه بسته سیستم است. دو کنترل‌کننده برای مقادیر  $\Gamma_1 = 0.73$  و  $\Gamma_2 = 0.73$  طراحی شده و تابع تبدیل آنها به صورت زیر است

$$\begin{aligned} R_1 &= d^2 - 2.3876d + 1.9253d - 0.5205 \\ R_2 &= d^2 - 2.3539d + 1.8757d - 0.5018 \\ S_1 &= 43.4421d^2 - 128.9974d + 127.8711d - 42.3118 \\ S_2 &= 18.1076d^2 - 54.3704d + 54.6131d - 18.3459 \end{aligned} \quad (33)$$

این بانک کنترلی حداقل یک کنترل‌کننده پایدار ساز برای بازه  $\Gamma \in [0.23, 1.25]$  دارد که در نتیجه، فرض بانک کنترلی شدنی را برآورده می‌کند. کنترل‌کننده‌های طراحی شده کمینه فاز نیستند و باید از تابع هزینه (۱۳) در این شبیه‌سازی استفاده شود.

برای شبیه‌سازی فرض کنید که سختی فنر سیستم  $\Gamma$  در ۳۰۰۰ نمونه ابتدایی مقدار ۰/۳۱ داشته و سپس به طور ناگهانی مقدار آن به مقدار ۰/۵ تغییر کند. به این ترتیب تغییرات  $\Gamma$  سیستم به صورت شکل ۵ در زمان است.

در ادامه برای مقایسه عملکرد، دو شبیه‌سازی با شرایط کاملاً یکسان انجام می‌شود. در اولین شبیه‌سازی از روش کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با الگوریتم LICLA استفاده می‌گردد.

فرض ۴: ماتریس  $X_{\mathcal{T}}$  دارای رتبه کامل سطری است و  $\gamma$  مثبت وجود دارد، به طوری که

$$D_{\mathcal{T}} D_{\mathcal{T}}^T \leq \gamma X_{\mathcal{T}} X_{\mathcal{T}}^T \quad (21)$$

قضیه [۱۶]: سیستم غیر خطی (۱۷) برای نقطه کار  $(\bar{x}, \bar{u})$  را در نظر بگیرید. هر پاسخ  $(Q, \alpha)$  که در نامعادله ماتریسی (۲۲) برقرار باشد، با شرط  $\gamma < \alpha^2 / (4 + 2\alpha)$ ، یک بهره پایدار ساز محلی فیدبک حالت به صورت  $K = U_{\mathcal{T}} Q (X_{\mathcal{T}} Q)^{-1}$  تولید می‌کند

$$\begin{bmatrix} X_{\mathcal{T}} Q - \alpha X_{\mathcal{T}} X_{\mathcal{T}}^T & X_{\mathcal{T}} Q \\ Q^T X_{\mathcal{T}}^T & X_{\mathcal{T}} Q \end{bmatrix} > \cdot \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} I & Q \\ Q^T & X_{\mathcal{T}} Q \end{bmatrix} > \cdot$$

اثبات: با در نظر گرفتن قانون کنترل  $u(t) = Kx(t)$ ، معادلات سیستم با (۱۷) نمایشی به فرم زیر دارد

$$\delta x(t+1) = (X_{\mathcal{T}} - D_{\mathcal{T}}) G_K \delta x(t) \quad (23)$$

که در آن  $G_K$  ماتریس  $T \times n$  است به طوری که رابطه زیر برآورده شود

$$\begin{bmatrix} K \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\mathcal{T}} \\ X_{\mathcal{T}} \end{bmatrix} G_K \quad (24)$$

برای بررسی پایداری تابع لیاپانوف به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$V(t) = \delta x(t)^T P \delta x(t) \quad (25)$$

که در آن  $P$  ماتریس مثبت معین است. برای پایداری باید تغییرات سطح انرژی سیستم بر اساس این تابع لیاپانوف نزولی باشد و بنابراین

$$\Delta V(t) = (X_{\mathcal{T}} - D_{\mathcal{T}}) G_K P G_K^T \times (X_{\mathcal{T}} - D_{\mathcal{T}}) - P < \cdot \quad (26)$$

با تعریف  $Q = G_K P$  و طبق رابطه  $X_{\mathcal{T}} G_K = I$  برای مثبت معین بودن  $P$  باید رابطه زیر برقرار باشد

$$X_{\mathcal{T}} Q > \cdot \quad (27)$$

با بازنویسی، رابطه  $\Delta V(t)$  به صورت زیر است

$$(X_{\mathcal{T}} - D_{\mathcal{T}}) Q (X_{\mathcal{T}} Q)^{-1} Q^T (X_{\mathcal{T}} - D_{\mathcal{T}}) - X_{\mathcal{T}} Q < \cdot \quad (28)$$

این ناتساوی به کمک ناتساوی شور<sup>۱</sup> به صورت زیر بازنویسی می‌شود

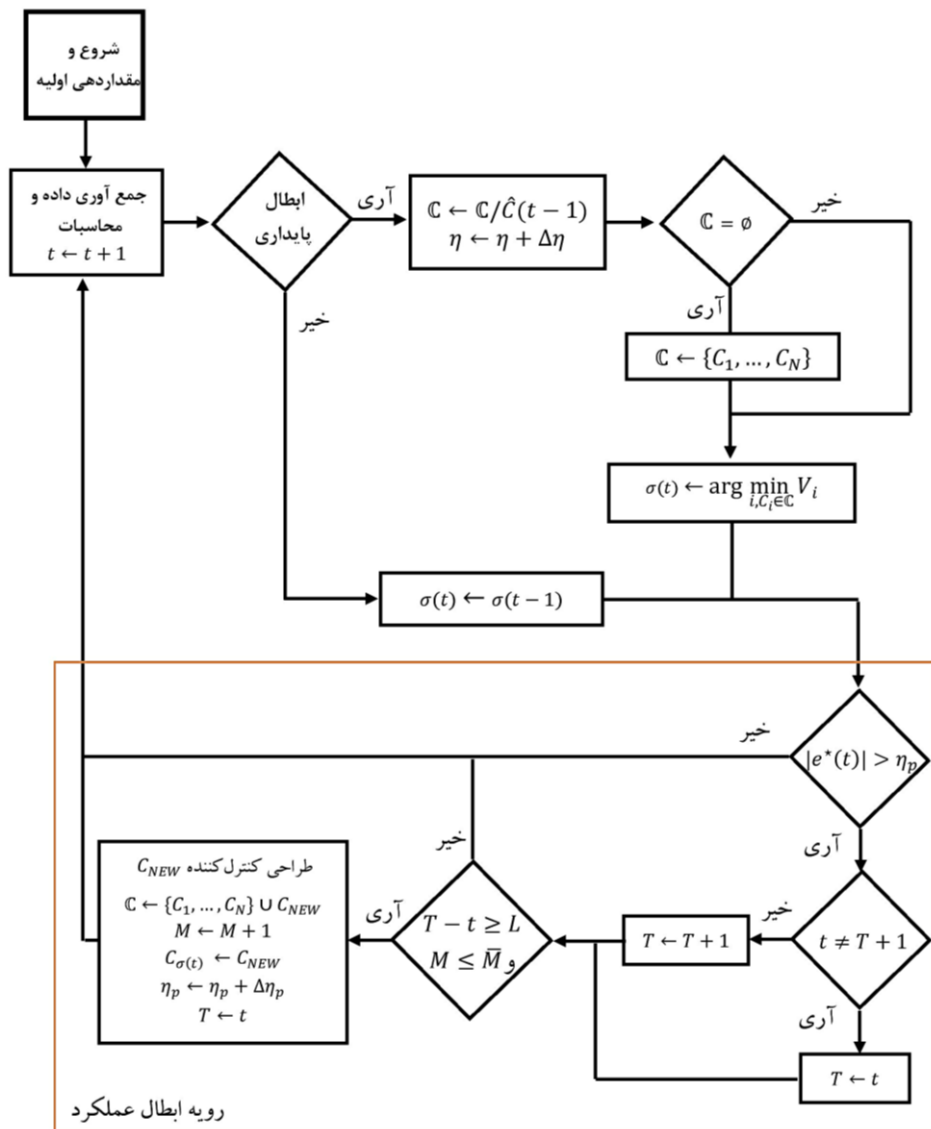
$$\begin{bmatrix} X_{\mathcal{T}} Q - \alpha X_{\mathcal{T}} X_{\mathcal{T}}^T & X_{\mathcal{T}} Q \\ Q^T X_{\mathcal{T}}^T & X_{\mathcal{T}} Q \end{bmatrix} > \cdot \quad (29)$$

با شرط  $\gamma < \alpha^2 / (4 + 2\alpha)$  پایداری را تضمین می‌کند. بهره کنترلی نیز به صورت  $K = U_{\mathcal{T}} G_K$  بوده و  $G_K$  از رابطه زیر قابل محاسبه است

$$G_K = Q (X_{\mathcal{T}} Q)^{-1} \quad (30)$$

از ویژگی‌های مهم این روش می‌توان به مقاومت در برابر نویز، کاربرد برای سیستم‌های پیوسته و همچنین حفظ پایداری برای سیستم‌های غیر خطی نیز اشاره کرد. برای جزئیات بیشتر به [۱۶] مراجعه کنید.

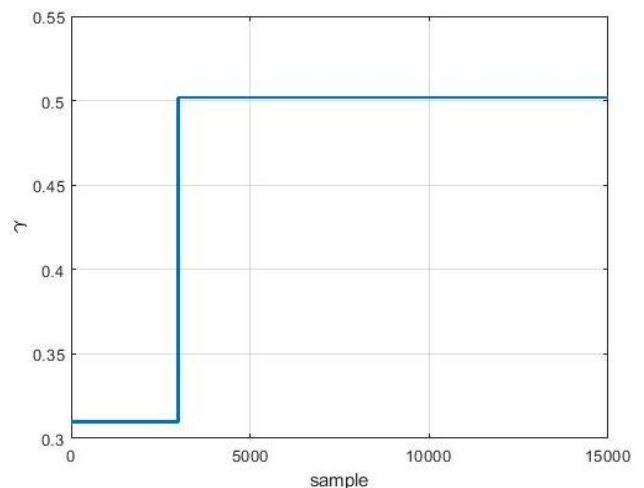
در شکل ۴ به طور دقیق، الگوریتم ابطال پایداری و الگوریتم ابطال عملکرد پیشنهاد شده برای یک سیستم در یک روندنا تشریح گردیده است. این روندنا شامل دو قسمت کلی است. یکی رویه ابطال پایداری که طبق آن کنترل‌کننده پایدار ساز انتخاب می‌شود. رویه ابطال عملکرد



شکل ۴: روندنمای الگوریتم کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با بانک کنترلی به روزشونده.

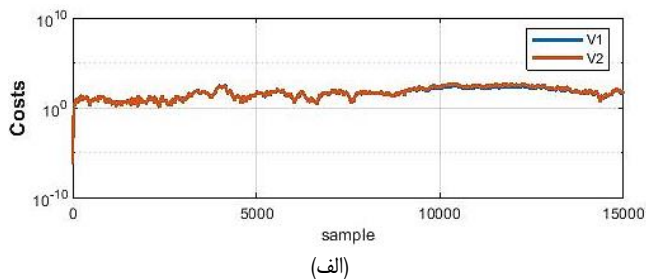
بعد از تغییر  $\Gamma$  سیستم در لحظه ۳۰۰ ثانیه، کنترل کننده فعال دیگر پایدارساز نیست. در این صورت نیز بعد از لحظاتی ناظر به درستی کنترل کننده پایدارساز  $C_p$  را انتخاب می کند. همان طور که در شکل ۶ نیز مشخص است، کنترل کننده انتخاب شده اگرچه پایدارساز می باشد ولی عملکرد قابل قبولی ندارد.

این مشکل در روش کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر به دلیل این که از یک بانک کنترلی ثابت استفاده می کند، اجتناب ناپذیر است. برای بهبود عملکرد در این مقاله، به روزرسانی بانک کنترلی پیشنهاد گردیده است. در ادامه به شبیه سازی روش پیشنهادی پرداخته می شود. بدین منظور الگوریتم ۲ با مقادیر  $L=5$ ،  $\bar{M}=5$ ،  $\eta_p=0.3$  (اولیه) و  $\Delta\eta_p=0.3$  برای شبیه سازی در نظر گرفته می شود. برای به روزرسانی بانک کنترلی، زمانی که عملکرد بانک کنترلی ابطال می شود، طراحی برخط کنترل کننده به وسیله حل معادلات ناتساوی ماتریسی (۲۲) با در نظر گرفتن  $\bar{T}=3$  انجام می شود. برای حل این معادلات ناتساوی ماتریسی، در نرم افزار Matlab جعبه ابزار CVX استفاده [۱۸] و نتایج شبیه سازی در شکل ۷ نمایش داده شده است. نتایج تا قبل از لحظه ۳۰۰ ثانیه کاملاً مشابه قبل می باشد. بعد از این لحظه که  $\Gamma$  سیستم تغییر می کند نیز ناظر به درستی کنترل کننده پایدارساز را انتخاب می نماید. تفاوت در اینجا آن است که بعد از لحظاتی ناظر متوجه می شود که عملکرد کنترل کننده مناسب نیست و

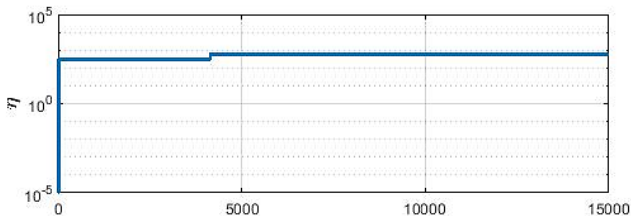


شکل ۵: نمودار تغییر سختی فنر سیستم  $\Gamma$ .

پارامترهای کنترلی در این شبیه سازی عبارت است از  $\lambda=0.98$ ،  $M^a=1$ ،  $\eta=0$  (اولیه) و  $\Delta\eta=300$ . کنترل کننده ناپایدارساز  $C_p$  به عنوان اولین کنترل کننده در نظر گرفته می شود. نتایج شبیه سازی در شکل های ۶ و ۷ نمایش داده شده است. مطابق شکل ۶، الگوریتم به درستی کنترل کننده پایدارساز  $C_p$  را بعد از زمان کوتاهی انتخاب می کند.

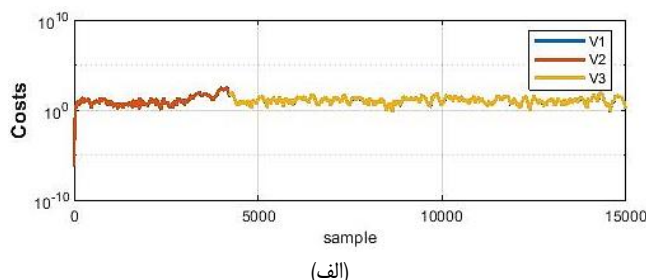


(الف)

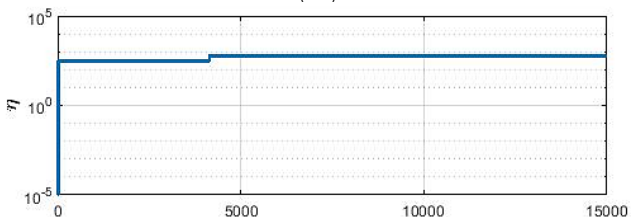


(ب)

شکل ۸: روش کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر، (الف) نمودار توابع هزینه و (ب) سیگنال  $\eta$ .



(الف)



(ب)

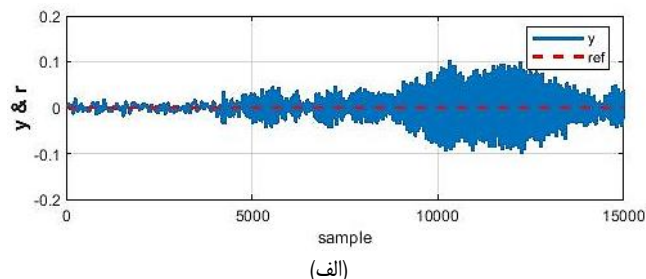
شکل ۹: روش پیشنهادی کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با بانک کنترلی به روزشونده، (الف) نمودار توابع هزینه و (ب) سیگنال  $\eta$ .

بانک کنترلی می باشد، اما عملکرد مطلوب حاصل نگردیده است. در زمان ۴۲۳ ثانیه مطابق شکل ۹، عملکرد کنترلی ابطال و کنترل کننده ۳ وارد بانک کنترلی شده است.

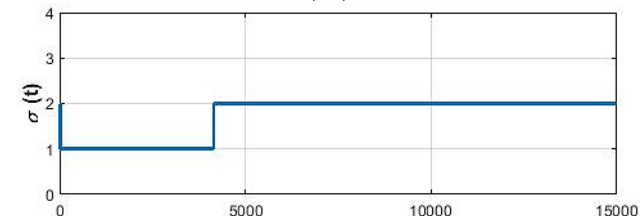
با مقایسه شکل ۶ و ۷ مشخص است که روش پیشنهادی، عملکرد بهتری داشته و خروجی نوسانات کمتری دارد. مطابق جدول ۱، واریانس خروجی و سیگنال کنترل در روش پیشنهادی به مراتب کمتر از کنترل ابطال ناپذیر با بانک کنترلی ثابت است.

## ۵- نتیجه گیری و جمع بندی

با توجه به این که در کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر، بانک کنترلی ثابت فرض می شود، بهترین عملکرد این سیستم کنترل نظارتی وابسته به بانک کنترلی خواهد بود. نوآوری اصلی مقاله، معرفی کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با بانک کنترلی به روزشونده است که موجب بهبود عملکرد سیستم می شود. در این مقاله با به کارگیری یک مدل مرجع، عملکرد بانک کنترلی مورد ارزیابی قرار گرفته و با معرفی مفهوم ابطال عملکرد، به روزرسانی بانک کنترلی انجام می شود. دو مسأله اصلی وجود دارد: یکی این که چه زمانی بانک کنترلی به روزرسانی شود و دیگری این که کنترل کننده جدید چگونه طراحی شود. برای زمان به روزرسانی از خطای مدل مرجع استفاده

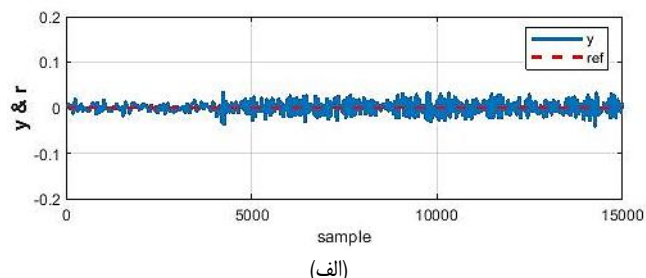


(الف)

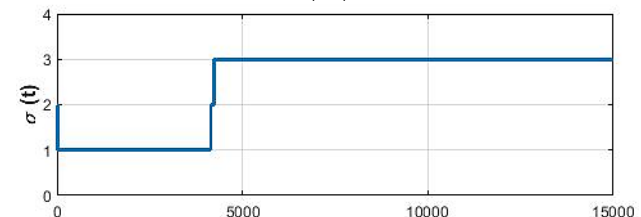


(ب)

شکل ۶: روش کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر، (الف) نمودار خروجی و سیگنال مرجع و (ب) سیگنال انتخاب کنترل کننده.



(الف)



(ب)

شکل ۷: روش پیشنهادی کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با بانک کنترلی به روزشونده، (الف) نمودار خروجی و سیگنال مرجع و (ب) سیگنال انتخاب کنترل کننده.

جدول ۱: مقایسه عملکرد روش پیشنهادی و کنترل ابطال ناپذیر.

	روش پیشنهادی	کنترل ابطال ناپذیر
واریانس خروجی	$1,33 \times 10^{-10}$	۰,۰۱
واریانس سیگنال کنترل	$3,18 \times 10^{-10}$	$1,67 \times 10^{-10}$

بدین ترتیب وارد رویه طراحی کنترل کننده جدید می شود. این طراحی کنترل کننده به صورت مستقیم بوده و تنها با توجه به داده های ورودی - خروجی سیستم است. بدون ساخت هیچ مدلی به کمک روش داده محور، کنترل کننده مستقیماً طراحی و به بانک کنترلی وارد می شود. کنترل کننده حاصل از حل ناتساوی ماتریسی به صورت (۳۴) است

$$R_p = d^T - 2,3200 \cdot d^T + 1,8275d - 0,4853 \quad (34)$$

$$S_p = 17,4955d^T - 52,0362d^2 + 51,7778d - 17,2296$$

ناظر از کنترل کننده های موجود در بانک کنترلی بر اساس توابع هزینه تصمیم می گیرد که کدام کنترل کننده عملکرد بهتری دارد. مقادیر توابع هزینه و دنباله  $\eta$  در شکل های ۸ و ۹ نشان داده شده است. مطابق شکل ۸، مقدار تابع هزینه بانک کنترلی محدود بوده که نشان دهنده شدنی بودن

- [۹] م. نوری منظر و ع. خاکی صدیق، "کنترل نظارتی پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه،" *مجله کنترل*، جلد ۹، شماره ۲، صص. ۲۴-۱۴، تابستان ۱۳۹۴.
- [10] B. Sadeghi Forouz, M. Nouri Manzar, and A. Khaki-Sedigh, "Multiple model unfalsified adaptive generalized predictive control based on the quadratic inverse optimal control concept," *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 42, no. 3, pp. 769-785, May/June 2021.
- [11] M. Nouri Manzar, G. Battistelli, and A. Khaki-Sedigh, "Input-constrained multi-model unfalsified switching control," *Automatica*, vol. 83, pp. 391-395, Sept. 2017.
- [12] M. Nouri Manzar and A. Khaki-Sedigh, "Self-falsification in multimodel unfalsified adaptive switching control," *International J. of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 31, no. 11, pp. 1723-1739, Nov. 2017.
- [13] S. I. Habibi, A. Khaki-Sedigh, and M. Nouri Manzar, "Performance enhancement of unfalsified adaptive control strategy using fuzzy logic," *International J. of Systems Science*, vol. 50, no. 15, pp. 2752-2763, 2019.
- [14] S. I. Habibi and A. Bidram, "Unfalsified switching adaptive voltage control for islanded microgrids," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 37, no. 5, pp. 3394-3407, Sep. 2022.
- [15] A. Hokmabadi and M. Khodabandeh, "Unfalsified control design using a generalized cost function for a quadrotor," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 93, no. 2, pp. 241-250, 2021.
- [16] C. de Persis and P. Tesi, "Formulas for data-driven control: stabilization, optimality, and robustness," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 65, no. 3, pp. 909-924, Mar. 2019.
- [17] H. Kwakernaak, *The Polynomial Approach to  $H_\infty$ -Optimal Regulation*, in  *$H_\infty$ -Control Theory*, Springer, pp. 141-221, 1991.
- [18] M. Grant and S. Boyd, *CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.2*, 2020.

**مجتبی نوری منظر** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در رشته مهندسی برق گرایش کنترل به‌ترتیب در دانشگاه‌های علم و صنعت، تهران و خواجه نصیرالدین طوسی گذرانده و هم‌اکنون استادیار دانشکده مهندسی برق دانشگاه شهید بهشتی می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: کنترل داده‌محور، کنترل نظارتی کلیدزن، کنترل تطبیقی و کنترل تحت شبکه.

شده و برای طراحی کنترل‌کننده جدید از یک روش داده‌محور نوین که تنها بر اساس داده‌های ورودی-خروجی سیستم کار می‌کند، استفاده گردیده است. طراحی کنترل‌کننده جدید به کمک حل یک مسئله ناساوی ماتریسی است. طراحی کنترل‌کننده ردیاب داده‌محور هنوز جزء مسایل حل‌نشده بوده و روش پیشنهادی برای ورودی مرجع ثابت، کارا است. در یک مثال کاربردی نشان داده شد زمانی که بانک کنترلی حاوی کنترل‌کننده با عملکرد مناسب نیست، روش پیشنهادی بهبود عملکرد قابل توجهی دارد.

## مراجع

- [1] A. S. Morse, D. Q. Mayne, and G. C. Goodwin, "Applications of hysteresis switching in parameter adaptive control," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 9, pp. 1343-1354, Sep. 1992.
- [2] H. Jin and M. G. Safonov, "Unfalsified adaptive control: controller switching algorithms for nonmonotone cost functions," *International J. of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 26, no. 8, pp. 692-704, Aug. 2012.
- [3] R. Wang, A. Paul, M. Stefanovic, and M. G. Safonov, "Cost detectability and stability of adaptive control systems," *International J. of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated J.*, vol. 17, no. 5-6, pp. 549-561, Mar. 2007.
- [4] M. G. Safonov and T. C. Tsao, "The unfalsified control concept: a direct path from experiment to controller," In: B. A. Francis and A.R. Tannenbaum, (eds.) *Feedback Control, Nonlinear Systems, and Complexity. Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 202. Springer, Berlin, Heidelberg pp. 196-214, 1995.
- [5] S. Baldi, G. Battistelli, E. Mosca, and P. Tesi, "Multi-model unfalsified adaptive switching supervisory control," *Automatica*, vol. 46, no. 2, pp. 249-259, Feb. 2010.
- [6] S. Baldi, G. Battistelli, E. Mosca, and P. Tesi, "Multi-model unfalsified adaptive switching control: test functionals for stability and performance," *International J. of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 25, no. 7, pp. 593-612, Jul. 2011.
- [7] G. Battistelli, J. P. Hespanha, E. Mosca, and P. Tesi, "Model-free adaptive switching control of time-varying plants," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 58, no. 5, pp. 1208-1220, May 2013.
- [8] S. V. Patil, Y. C. Sung, and M. G. Safonov, "Unfalsified adaptive control for nonlinear time-varying plants," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 67, no. 8, pp. 3892-3904, Aug. 2022.